

УДК 521.31

## НАВИГАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАУЧНОЙ МИССИИ “РАДИОАСТРОН”

© 2014 г. М. В. Захваткин<sup>1</sup>, Ю. Н. Пономарев<sup>2</sup>, В. А. Степаньянц<sup>1</sup>, А. Г. Тучин<sup>1</sup>, Г. С. Заславский<sup>1</sup><sup>1</sup>Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва<sup>2</sup>Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, г. Москва

zakhvatkin@kiam1.rssi.ru

Поступила в редакцию 16.12.2013 г.

Разработан метод определения параметров орбиты обеспечивающий уточнение наряду с элементами орбиты ряда дополнительных параметров, характеризующих величину светового давления и возмущающих ускорений, возникающих при разгрузке маховиков. Описывается параметризованная модель возмущающего воздействия давления солнечной радиации на движение КА, учитывающая форму, отражающие свойства поверхности и ориентацию аппарата. Приводятся результаты определения орбиты путем совместной обработки радиотехнических измерений дальности и радиальной скорости, лазерных измерений дальности, используемых как инструмент калибровки радиотехнических измерений, оптических измерений прямого восхождения и склонения, данных телеметрической информации о включении реактивных двигателей КА при разгрузке двигателей-маховиков.

DOI: 10.7868/S0023420614050136

### ТРЕБОВАНИЕ К ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КА

Астрономические наблюдения с помощью космического радиотелескопа (КРТ)<sup>1</sup> и наземных радиотелескопов (НРТ) в составе радиоинтерферометра позволяют изучать радиоисточники с существенно большим угловым разрешением по сравнению с наземными РСДБ [1, 2]. Необходимая информация об угловом положении деталей изучаемого радиоисточника заключена в величине геометрической задержки  $\tau$  прихода волнового фронта на антенны интерферометра.

На рис. 1 изображены два радиотелескопа в составе интерферометра, один из которых находится на Земле, а второй на орбите ИСЗ. Оба радиотелескопа одновременно наблюдают один и тот же радиоисточник. Вектор  $\mathbf{b} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$  называется вектором базы.

Задержку  $\tau$  получают с помощью корреляционного анализа сигналов с двух телескопов. Принятый космическим радиотелескопом сигнал с помощью МШУ усиливается, затем с помощью соответствующего фильтра выделяется и его спектр когерентно переносится на промежуточную частоту (ПЧ) (496–528) МГц. Далее, опуская детали, спектр сигнала ПЧ переносится в видео-

область  $(0 - \Delta f_k)$ . Затем производится ограничение сигнала по нулевому уровню (клиппирование), временная дискретизация с шагом  $\Delta t_k = 1/(2\Delta f_k)$  и преобразование в поток цифровых данных, который в режиме непосредственной передачи (НП) передается на станцию слежения (СС). Для миссии “РадиоАстрон” ширина полосы регистрации  $f_k = 32$  МГц.

В идеальном случае при дискретизации сигнала с шагом  $\Delta t_k$  и при однобитовом квантовании радиосигнала на выходах двух радиотелескопов появились бы два идентичных битовых потока, сдвинутых на величину задержки  $\tau$  прихода фронта сигнала на эти телескопы. Так как относительное положение, скорость и ускорение КРТ и НРТ изменяются во времени, то на телескопах изменяются фазовые и частотные сдвиги, которые при корреляционной обработке необходимо компенсировать. Другими словами, для вычисления взаимной корреляционной функции потока данных с КРТ и НРТ нужно привести в соответствие по времени и по частоте. Несоответствие по времени или задержка происходит из-за неодновременности прихода волнового фронта на антенны телескопов, а несоответствие по частоте возникает из-за доплеровского сдвига частот при относительной скорости движения антенн вдоль направления на радиоисточник.

Примем, что плоский волновой фронт монохроматического сигнала в момент  $t_1$  достигает

<sup>1</sup> Технические характеристики КРТ и последние новости по состоянию проекта находятся на сайте <http://www.asc.rssi.ru/radioastron/index.html>.

сначала НРТ и затем в момент  $t_2 = t_1 + \tau$  приходит на КРТ. Тогда

$$c\tau = c(t_2 - t_1) = -\mathbf{b} \cdot \mathbf{s} = -(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \cdot \mathbf{s}, \quad (1)$$

где  $c$  – скорость света.

Для корреляционной обработки данных наземно-космического интерферометра необходимо с высокой точностью знать на каждый момент времени базу интерферометра  $\mathbf{b}$ , которая определяется как положением наземного радиотелескопа, так и положением КРТ. Для корреляционной обработки данных наблюдений слабых радиосточников требуется когерентное накопление сигнала на интервале в десятки или даже сотни секунд. Это требует знания с высокой точностью не только скорости, но и ускорения КРТ. Допустимая ошибка по положению определяется техническими параметрами коррелятора (число каналов) и интервалом дискретизации сигнала на борту, а допустимые ошибки по скорости и ускорению определяются моментом рассинхронизации. Если, например, при относительной радиальной скорости телескопов  $V = 3$  км/с тактовая частота битового потока  $f_k$  получит доплеровское приращение  $\delta f_k = f_k \frac{V}{c} \approx 640$ , то на длине выборки  $f_k / \delta f_k = 10^5$  тактов происходит сбой на 1 такт и, соответственно, возникнет потеря корреляции или рассинхронизация. Поэтому битовые потоки необходимо привести к одной тактовой частоте.

Сопоставление сигналов и вычисление задержки проводится на момент времени  $t_1$  прихода волнового фронта на антенну НРТ. Положение КРТ на момент  $t_2$  можно получить путем разложения в ряд по степеням  $\tau$

$$\mathbf{r}_2(t_2) = \mathbf{r}_2(t_1) + \dot{\mathbf{r}}_2(t_1)\tau + \ddot{\mathbf{r}}_2(t_1)\tau^2 + \dots \quad (2)$$

В результате корреляционной обработки определяется групповая задержка  $\tau_r$  и частота интерференции  $f_{int}$ , связанные с фазой интерференционного отклика  $\phi$  соотношениями

$$\tau_r = d\phi/d\omega_0, \quad f_{int} = d\phi/dt, \quad (3)$$

где  $\omega_0 = 2\pi f_0$  – циклическая частота наблюдаемого на КРТ сигнала. Групповая задержка  $\tau_r = \tau + \Delta\tau$  включает как геометрическую задержку сигнала  $\tau$ , так и дополнительную задержку  $\Delta\tau$  сигнала, которая зависит от других факторов: гравитационная задержка, задержка в ионосфере, тропосфере, аппаратуре и несинхронность часов на пунктах регистрации (СС и НРТ). Дополнительную задержку  $\Delta\tau$  тоже необходимо компенсировать.

Система навигационного обеспечения предоставляет данные для вычисления текущих значений геометрической задержки  $\tau$  и частоты интерференции  $f_{int}$ , поэтому при определении требова-

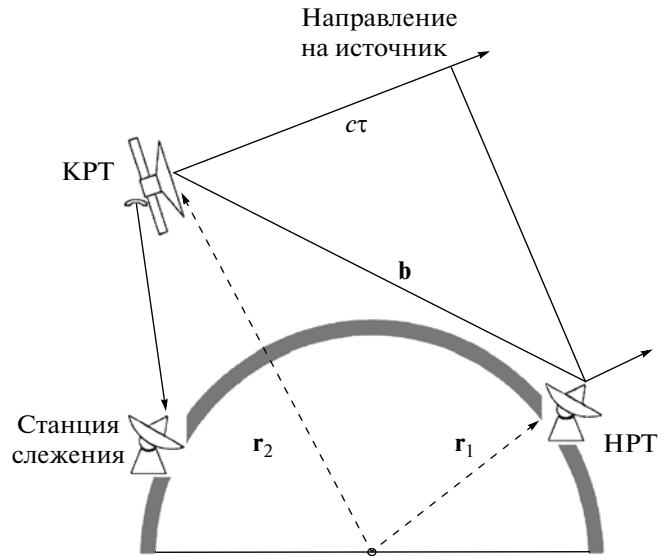


Рис. 1. Схема работы наземно-космического интерферометра.

ний к навигационному обеспечению необходимо рассмотреть только геометрическую часть  $\tau$  задержки  $\tau_r$  и частоту интерференции  $f_{int}$ .

Разложим величину фазы интерференционного отклика по степеням  $t$

$$\phi(t) = \omega_0 \frac{V}{c} t + \omega_0 \frac{W}{2c} t^2 + \dots \quad (4)$$

Из этой формулы видно, что набег фазы зависит не только от скорости, но и от ускорения относительного движения телескопов. Должно выполняться соотношение  $(W/c)\pi f_0 t_\phi^2 \leq \Delta\phi$ , где  $\Delta\phi$  – набег (точность удержания) фазы  $\approx 0.1$  рад. Это определяет максимальное время когерентного накопления сигнала.

Интервал неопределенности  $\pm\Delta\tau$  величины  $\tau$  определяет количество необходимых переборов при вычислении корреляционной функции

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi_1(t)\xi_2(t + \tau)dt \quad (5)$$

двух битовых потоков  $\xi_1(t)$  и  $\xi_2(t)$ . Это определяет количество параллельных каналов коррелятора. Сюда же добавляется и ошибка временной синхронизации (привязки) двух потоков. При достаточном числе параллельных каналов цифрового коррелятора можно определить максимум кросскорреляционной функции и соответствующее значение задержки  $\tau$  с точностью длительности одного такта, т.е.  $1/f_k$ . После нахождения максимального значения кросскорреляционной функции определяются уточненные значения  $\tau_r$  и  $f_{int}$ ,

которые можно использовать для уточнения или контроля прогноза положения и скорости КРТ.

Битовый поток, сформированный КРТ, передается на СС, где он привязывается к локальному времени UTC. Но монохроматический сигнал 15 ГГц, промодулированный этим битовым потоком, тоже сопровождается изменениями фазы от задержек в ионосфере, тропосфере, аппаратуре, а так же из-за доплеровского и гравитационного сдвигов частоты. Для аккуратной привязки данных КРТ все эти эффекты необходимо учитывать и компенсировать.

Как видно из формул (1–5) при корреляционной обработке необходимо компенсировать разность фаз, ее первую и вторую производные, которые зависят, прежде всего, от ошибок определения координат, скорости и ускорения КА. Это и предъявляет основные требования к точности определения параметров движения КА: по положению —  $\Delta r = \pm 600$  м; по скорости —  $\Delta v = \pm 2$  см/с; по ускорению —  $\Delta w = \pm 10^{-8}$  м/с<sup>2</sup>.

### ПРОБЛЕМЫ НАВИГАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ МИССИИ

Методика определения параметров орбит по данным траекторных измерений разработана еще в начале 60-х годов прошлого века и используется до настоящего времени, с определенными доработками, учитывающими возможности современных технических средств наблюдения и вычислительной техники, а также своевременного получения необходимых сервисных данных: данных систем глобальной космической навигации GPS и ГЛОНАСС, параметров вращения Земли, состояние ионосферы и тропосферы и др.

Космический аппарат *Спектр-Р* являющийся ключевым элементом миссии, обладает рядом особенностей, которые не могут быть проигнорированы при расчете его движения. В первую очередь к таким особенностям следует отнести работу системы ориентации и стабилизации, вызывающую возмущение движения центра масс КА. Рассматриваемый КА построен на базе модуля “Навигатор”, разработанного НПО С.А. Лавочкина в качестве основы для космических обсерваторий. Система ориентации и стабилизации, являющаяся частью модуля, реализована с использованием маховичных электромеханических исполнительных органов (ЭМИО), управление которыми позволяет компенсировать внешние возмущающие моменты и менять ориентацию КА в пространстве. В ходе полета скорость маховиков ЭМИО может достигать таких величин, что дальнейшее управление ориентацией КА становится неэффективным или невозможным, вследствие этого возникает необходимость разгрузки системы — значительного сокращения угловой скоро-

сти маховиков и уменьшения кинетического момента КА при помощи реактивных двигателей стабилизации (ДС). Расположение ДС относительно корпуса КА не позволяет реализовывать разгрузки маховиков без возмущения движения центра масс. Величина приращения скорости КА в результате разгрузки в среднем составляет 3–7 мм/с, а сами разгрузки проходят чаще одного раза в сутки. Поскольку плотность проведения внешнетраекторных измерений не позволяет постоянно определять орбиту КА на коротких интервалах между разгрузками маховиков, реконструкция движения должна производиться с использованием длинных мерных дуг, а возмущения от разгрузок учитываться должным образом в модели движения.

Ориентация КА *Спектр-Р* относительно Солнца изменяется во времени, поэтому для адекватного описания возмущений, вызванных световым давлением, возникает необходимость в модели, учитывающей форму и свойства поверхности аппарата. Из-за наличия параболической антенны КРТ отношение площади поперечного сечения КА к его массе может достигать 0.03 м<sup>2</sup>/кг, а возмущение от сил светового давления может отличаться всего на 1–2 порядка от возмущений гравитационной природы. Таким образом, наличие адекватной модели светового давления является необходимым условием для качественного восстановления орбиты КА на протяженных временных интервалах.

Движение КА с такими особенностями не может быть достаточно хорошо описано стандартным набором орбитальных параметров, таких как элементы орбиты или вектор состояния. Этот набор должен дополняться параметрами светового давления и параметрами, характеризующими разгрузки ЭМИО. При этом передаваемая на Землю телеметрия, содержащая информацию о работе бортовых систем, может быть использована для оценки неизвестных параметров движения наряду с основным источником данным — внешнетраекторными измерениями.

### МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ

Штатный полет КА *Спектр-Р* проходит по пассивной траектории, прерывающейся сеансами проведения разгрузок ЭМИО, сопровождающихся включением двигателей стабилизации. Разгрузки происходят несколько раз за сутки и представляют собой попеременное включение двигателей стабилизации с целью погасить суммарный кинетический момент аппарата вместе с маховиками. Процесс длится 1–3 мин, за которые происходит несколько десятков включений двигателей. Поскольку орбитальный период аппарата во много раз превышает длительность разгрузки, принятая модель учитывает влияние разгрузки на движение аппарата как мгновенное

приращение скорости в средневзвешенный момент времени. Приращение скорости КА в результате единичного включения ДС может быть рассчитано при помощи телеметрической информации, содержащей ориентацию КА, длительность работы двигателя и массу отработанного рабочего тела. Ориентация аппарата определяет направление приращения, а длительность включения и расход рабочего тела – тягу двигателя и величину приращения скорости. Для очередного сеанса разгрузки с индексом  $i$  вектор приращения скорости обозначается  $\Delta v_i$ . Момент времени его приложения  $t_i$  и соответствующее измеренное значение определяется формулами

$$t_i = \left( \sum_{j=1}^N \Delta v_{i,j} t_{i,j} \right) / \left( \sum_{j=1}^N \Delta v_{i,j} \right), \quad \Delta v_i^0 = \sum_{j=1}^N \Delta v_{i,j}, \quad (6)$$

где  $t_{i,j}$  – момент времени  $j$ -го включения двигателя в  $i$ -м сеансе разгрузки,  $v_{i,j}$  – вектор приращения скорости КА после  $j$ -го включения ДС в  $i$ -й разгрузке полученный с использованием телеметрической информации.

На пассивных участках траектории учитываются следующие факторы, влияющие на движение КА: гравитация Земли, содержащая центральную и нецентральную части геопотенциала; гравитация Луны, Солнца и планет; изменения гравитационного поля вследствие деформации Земли под действием притяжения Луны и Солнца (т.н. приливы); давление солнечного излучения; давление излучения Земли; атмосфера (на участках ниже 1.5 тысяч км над поверхностью Земли); дополнительное возмущающее ускорение, вызванное эффектами общей теории относительности.

Гравитационное поле Земли представлено разложением геопотенциала по сферическим функциям в соответствии с моделью EGM-96 до гармоник  $75 \times 75$  [3]. Для получения координат Луны, Солнца и планет используются таблицы, основанные на теории движения Луны и планет DE421 [4]. Для описания влияния приливных сил используется модель, учитывающая деформацию Земли в направлении возмущающего тела (Луны или Солнца), форме первого члена в разложении потенциала по сферическим функциям [5, 6]. Давление излучения Земли учитывается согласно [7], поверхность Земли при этом разбивается на  $18 \times 9$  участков с постоянными коэффициентами альbedo. Расчет плотности атмосферы осуществляется на основе модели рекомендованной ГОСТ Р 25645.166-2004 [8]. Дополнительное возмущающее ускорение, вызванное эффектами общей теории относительности вычисляется в соответствии с формулами содержащимися в [9].

Давление солнечной радиации, зависящее от ориентации и отражающих свойств поверхности аппарата, является одним из основных источни-

ков ошибок, возникающих при определении и прогнозировании параметров движения КА.

Принятая в работе модель представляет силу, действующую на освещенный элемент корпуса КА в виде линейной комбинации трех векторов [10, 11]

$$F_{el} = (1 - \alpha)F_b + \alpha\mu F_s + \alpha(1 - \mu)F_d, \quad (7)$$

где  $\alpha$  – коэффициент отражения,  $\mu$  – зеркальность поверхности,  $F_b$ ,  $F_s$  и  $F_d$  – силы светового давления в предположении, что поверхность полностью поглощает свет, зеркально отражает свет и диффузно отражает свет соответственно. Под диффузным отражением подразумевается отражение по закону косинусов Ламберта. Очевидно, что значения  $\alpha$  и  $\mu$  описывающие реальные материалы лежат в интервале от нуля до единицы. Значения базовых сил, по которым раскладывается сила светового давления зависят только от геометрии элемента поверхности и направления светового потока. Таким образом, знание коэффициентов  $\alpha$  и  $\mu$  для каждого освещенного элемента поверхности позволяет в рамках такого подхода рассчитать совокупную силу светового давления, действующую на аппарат. В случае КА *Спектр-Р* для расчета сил использовалась упрощенная модель поверхности, включающая антенну КРТ, базовый модуль и панели солнечных батарей. Поверхность антенны КРТ и центрального модуля была наделена коэффициентами светового давления  $\alpha_1$  и  $\mu_1$ , поверхность панелей солнечных батарей – коэффициентами  $\alpha_2$  и  $\mu_2$ . Введение единых коэффициентов для центрального блока и КРТ связано с тем, что освещаемые части этих элементов покрыты одинаковой многослойной тепловой изоляцией. Отметим, что введение двух коэффициентов для панелей солнечных батарей было бы избыточно. Панели все время ориентированы практически ортогонально направлению на Солнце, значит все три базовые силы для них будут направлены практически в одну сторону – по нормали к плоскости панелей, и коэффициенты  $\alpha_2$  и  $\mu_2$  не будут независимыми. Во избежание неоднозначности зафиксируем значение  $\mu_2 = 0$ . Таким образом, возмущение от светового давления на поверхность КА *Спектр-Р* зависит от трех параметров  $\alpha_1$ ,  $\mu_1$  и  $\alpha_2$ .

Из сказанного выше следует, что основные источники ошибок предложенной модели связаны с возмущениями от разгрузок маховиков и светового давления. Ключевыми параметрами, определяющими эти возмущения, являются коэффициенты светового давления  $\alpha_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\alpha_2$  и импульсы разгрузок  $\{\Delta v_i(t_i)\}_{i=1}^m$ . Для повышения точности определения движения КА параметры светового давления и разгрузок вносятся в число уточняемых и определяются в результате согласования измерений.

**Таблица 1.** Измерительные средства радиодиапазона

Измерительная система	Диапазон	$D$	$\dot{D}$	$\dot{D}_{1w}$
Уссурийск РТ-70, КИС “Клен-Д”	C	+	+	
Уссурийск РТ-70, НРТК “Фобос”	X			+
Медвежьих озера РТ-64, НКУ “Кобальт-М”	C	+	+	
Медвежьих озера РТ-64, “Cortex”	X			+
Пушино, РТ-22	X, Ku			+
Green Bank, 140-ft,	X, Ku			+

**Таблица 2.** Измерения оптических средств с 18.VII.2011 по 1.X.2013 г.

Обсерватория	Апертура, м	Кол-во проводок	Кол-во измерений
Кавказ (г. Чапалы)	1.3	10	4798
Grasse (ОСА)	1.54	10	365
Китаб (КМШС)	0.4	180	2586
Научный-1 (КрАО)	0.25–2.6	72	5335
Благовещенск (БШС)	0.25	83	1127
Евпатория (НЦУИКС)	0.7	43	2132
Краснодар (КубГУ)	0.5	138	7163
Монды (ИСЗФ)	0.8, 1.6	31	1162
Ужгород (ЛКИ УжНУ)	0.25	36	864
Мильково	0.22	3	104
Кисловодск	0.25, 0.4	3	58
Уссурийск	0.25	2	19
Терскол (ИНАСАН)	2.0	2	57
Лесосибирск	0.22	1	3
Звенигород (ИНАСАН)	0.5	1	14
New Mexico (MPC:H15)	0.4	3	31
New Mexico (MPC:H06)	0.1	53	1450
Australia (MPC:Q62)	0.32	12	144

Примечание. Обсерватории на Кавказе и в Grasse проводят лазерные измерения наклонной дальности, остальные обсерватории производят угловые измерения прямого восхождения и склонения КА.

### ВНЕШНЕТРАЕКТОРНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ДАННЫЕ ТЕЛЕМЕТРИИ

Для уточнения параметров движения КА *Спектр-Р* используются как традиционные внешнетраекторные измерения, полученные наземными средствами, так и телеметрическая информация, фиксируемая бортовыми системами и передаваемая на Землю во время регулярных сеансов связи. К первым относятся измерения наклонной дальности и радиальной скорости, проводимые в радиодиапазоне, а также лазерные измерения дальности и астрометрические измерения положения КА на небесной сфере в оптическом диапазоне. Телеметрическая информация, используемая при моделировании движения, включает

ориентацию КА относительно звезд, показания включений ДС и данные работы ЭМИО.

Совокупная информация по работе наземных средств радио и оптического диапазона приведены в табл. 1, 2. Радиотехнические системы на базе антенн в Уссурийске и Медвежьих озерах, работающие в С-диапазоне, составляют штатную измерительную систему. Кроме того, эти станции оснащены оборудованием для приема сигнала высокоинформативного радиоканала (ВИРК), используемого для передачи больших объемов данных с КА на Землю. Поскольку несущая частота сигнала ВИРК генерируется при помощи водородного стандарта на борту КА и, как следствие, имеет высокую стабильность, измеренная на Земле частота принятого сигнала содержит в

себе достаточно точную информацию о топоцентрической скорости аппарата. Однако из-за того, что частота генерируется и измеряется в разных местах, обработка беззапросных доплеровских измерений требует более сложного моделирования, как это показано в [12]. Основным приемником сигнала ВИРК является комплекс РТ-22 Пушинской радиоастрономической обсерватории, через которую в режиме реального времени осуществляется передача научных измерений с КРТ на Землю. Частота сигнала, измеренная в Пушино, также используется в качестве беззапросных измерений радиальной скорости. С осени 2013 года в части приема научных данных с аппарата пушинскую обсерваторию дополняет комплекс NRAO на базе антенны в Green Bank диаметром 42 м, также предоставляющий беззапросные доплеровские измерения.

Лазерные измерения в силу высокой точности являются одним из самых информативных источников орбитальной информации. Однако в случае КА *Спектр-Р* получение таких измерений сопряжено с рядом трудностей. Поскольку панель угольковых отражателей фиксирована относительно корпуса КА, проведение измерений требует определенной ориентации КА в пространстве. Помимо этого, на расстояниях полета аппарата способны работать лишь несколько обсерваторий, а успешное проведение сеанса измерений сильно зависит от погодных условий. Лазерные измерения дальности до КА *Спектр-Р* удалось провести российскому лазерному оптическому локатору, расположенному на Кавказе, и французской обсерватории OCA в Grasse в рамках сотрудничества с международной сетью лазерного слежения ILRS.

Основная часть астрометрических оптических измерений проводится участниками Научной сети оптических инструментов для астрометрических и фотометрических наблюдений (НСОИ АФН), а также средствами, привлекаемыми АКЦ ФИАН. Данный вид измерений имеет относительно невысокую точность в пересчете в прямоугольные координаты по сравнению с традиционными радиотехническими измерениями дальности, однако дает оценку направления, т.е. положения КА в плоскости, ортогональной радиальному направлению. Эта оценка может быть получена также из радиальных измерений, накопленных на временном интервале, при помощи динамики аппарата. Тем не менее, для аппаратов, движение которых происходит вдали от притягивающих тел, результаты от подобного подхода мало эффективны, т.к. из-за слабо выраженной динамики приходится использовать протяженные мерные интервалы, на которых существенными становятся ошибки модели движения.

Астрометрические измерения позволяют получить более точные орбиты на коротких интервалах, а также помогают контролировать качество орбит, полученных на больших мерных дугах.

Ключевым типом данных для моделирования динамики КА, содержащихся в телеметрии, является ориентация аппарата в инерциальной системе координат. От ориентации зависят силы светового давления и направление импульсов разгрузок, поскольку ДС фиксированы относительно корпуса КА. Во время полета со звездных датчиков снимаются показания, которые обрабатываются на борту КА и раз в несколько минут записываются в телеметрический поток. Расчет ориентации на произвольный момент времени производится при помощи равномерного по времени поворота между двумя соседними точками из телеметрии, для которых ориентация известна.

Согласно уравнению (6) измерение импульса разгрузки  $\Delta v_i^0$  может быть получено из измерений приращений скорости  $\Delta v_{i,j}$  от отдельных включений, которые, в свою очередь, зависят от телеметрических данных следующим образом:

$$\Delta v_{i,j} = (1/M)\Delta m_{i,j}I_y(\tau_{i,j})ge_{i,j}, \quad (8)$$

где  $M$  – текущая масса КА,  $\Delta m_{i,j}$  – расход рабочего тела за время работы,  $I_y$  – удельная тяга двигателя, известная функция длительности включения  $\tau_{i,j}$ ,  $g$  – ускорение свободного падения,  $e_{i,j}$  – известное направление тяги двигателя. Измеренное значение содержит ошибки в величине, определяемой измеренными значениями  $\Delta m_{i,j}$  и  $\tau_{i,j}$ , а также в направлении  $e_{i,j}$ , которые связаны с ошибками определения ориентации во время разгрузки и ошибками определения направления тяги в системе координат, связанной с КА. Априорная оценка ошибки определения  $e_{i,j}$  составляет  $1^\circ$ , т.е. ортогональная составляющая ошибки определения приращения скорости мала, и величину  $\Delta v_{i,j}$  можно считать нормальным вектором с ковариационной матрицей

$$K = \sigma_d^2(E - e \cdot e^T) + \sigma_v^2 e \cdot e^T, \quad (9)$$

здесь  $e = e_{i,j}$  – направление приращения скорости,  $\sigma_v$  – ошибка определения величины,  $\sigma_d$  – ошибка в ортогональном направлении. При расчетах ортогональная ошибка задавалась в соответствии с угловой ошибкой в один градус, ошибка в величине рассчитывалась таким образом, чтобы соответствовать ошибкам исполнения двигателей стабилизации, равным 10%.

Полезными, с точки зрения информации о параметрах движения КА, являются данные о работе ЭМИО, а именно скорости вращения двигателей-маховиков. В общем случае знание парамет-

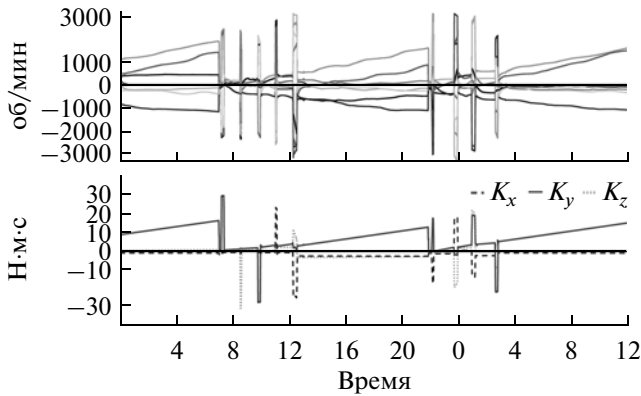


Рис. 2. Изменение параметров ЭМИО, фиксируемое телеметрией.

ров вращения КА как целого вокруг центра масс и знание того, как вращаются его маховики, позволяет оценить действующий на аппарат момент внешних сил. КА *Снегирь-Р* около 90% времени проводит на расстоянии от Земли, превышающем 100 тыс. км, где средний момент, создаваемый световым давлением, на два порядка больше максимально возможного гравитационного момента. Большую часть времени КА проводит в неизменной ориентации, т.е. изменение суммарного кинетического момента аппарата происходит только за счет маховиков. Рассмотрим временной интервал  $(t_1, t_2)$  продолжительностью несколько часов, в течение которого аппарат удален от Земли на расстояние, превышающее 100 тыс. км, и находится в неизменной ориентации относительно звезд. За это время ориентация Солнца относительно аппарата, а также расстояния до Солнца, изменяются незначительно, и справедливо выражение

$$\sum_{j=1}^M \mathbf{a}_j I_j (\Omega_j(t_2) - \Omega_j(t_1)) = \mathbf{M}_{sp}(\alpha_1, \mu_1, \alpha_2, \mathbf{r}, \Lambda)(t_2 - t_1), \quad (10)$$

где суммирование в левой части ведется по маховикам аппарата,  $\mathbf{a}_j$  — направляющие косинусы оси вращения маховика,  $I_j$  — момент инерции маховика вокруг его оси вращения,  $\Omega_j(t)$  — угловая скорость вращения маховика, измеряемая бортовой системой,  $\mathbf{M}_{sp}$  — момент сил светового давления,  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор КА,  $\Lambda$  — кватернион ориентации КА. Зависимость момента сил от коэффициентов светового давления по структуре совпадает с выражением для силы светового давления (7). Значение в левой части (10) зависит от измеряемых величин  $\Omega_j(t)$ , в правой части — от неизвестных коэффициентов светового давления.

Введем следующее рассогласование:

$$\xi = \frac{\sum_{j=1}^M \mathbf{a}_j I_j (\Omega_j(t_2) - \Omega_j(t_1))}{t_2 - t_1} - \mathbf{M}_{sp}(\alpha_1, \mu_1, \alpha_2, \mathbf{r}, \Lambda), \quad (11)$$

описывающее разность измеренного и расчетного момента сил светового давления, которое можно использовать при уточнении параметров движения. На рис. 2 приведена зависимость скоростей  $\Omega_j(t)$  и кинетического момента маховиков

$\mathbf{K}(t) = \sum_{j=1}^M \mathbf{a}_j I_j \Omega_j(t)$  в связанной системе координат от времени на интервале 22–23.II.2013 года, восстановленная из телеметрических данных. Всплески скоростей вращения маховиков на графике соответствуют изменению ориентации КА, в остальное время ориентация в абсолютном пространстве поддерживалась неизменной. Фактические данные подтверждают, что на участках с постоянной ориентацией, момент внешних сил постоянен, а кинетический момент маховиков возрастает линейно. Скорость изменения кинетического момента изменяется вместе с ориентацией из-за изменения момента сил светового давления.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТЫ

Рассмотрим движение аппарата на временном интервале  $[t_n, t_k]$ . Предположим, что в течение этого интервала произошло  $n$  разгрузок маховиков. Из телеметрии известны времена и измеренные значения импульсов разгрузок

$$(t_1, \Delta \mathbf{v}_1^0), (t_2, \Delta \mathbf{v}_2^0), \dots, (t_n, \Delta \mathbf{v}_n^0), \quad (12)$$

$$t_i \in [t_n, t_k], \quad i = 1, \dots, n.$$

Световое давление описывается набором из 3 параметров  $\alpha_1, \mu_1$  и  $\alpha_2$ . Пусть на заданном интервале времени были проведены траекторные измерения  $\Psi_0$ , в общем случае включающие в себя измерения дальности, радиальной скорости и углового положения КА. Предположим, что на протяжении рассматриваемого временного интервала аппарат  $N$  раз находился в неизменной ориентации. Для каждого из таких событий определим временные рамки  $(t_1^i, t_2^i)$  и величины рассогласований, полученные из (11). Зададим следующий расширенный вектор параметров, определяющих движение КА:  $\mathbf{Q} = \{\mathbf{X}_0(t_0), \alpha_1, \mu_1, \alpha_2, \Delta \mathbf{v}_1, \dots, \Delta \mathbf{v}_n\}$ , где  $\mathbf{X}_0(t_0)$  — вектор состояния аппарата, на момент  $t_0 \in [t_n, t_k]$ , в качестве вектора состояния будем использовать координаты и скорость аппарата в

инерциальном пространстве. Используя введенные обозначения, определим функционал

$$\Phi = (\Psi_0 - \Psi_c)^T \mathbf{P} (\Psi_0 - \Psi_c) + \sum_{j=1}^N \xi_j^T \mathbf{P}_j^{sp} \xi_j + \sum_{i=1}^n (\Delta \mathbf{v}_i^0 - \Delta \mathbf{v}_i)^T \mathbf{P}_i (\Delta \mathbf{v}_i^0 - \Delta \mathbf{v}_i), \quad (13)$$

где  $\Psi_0$  – полученные (измеренные) значения траекторных измерений,  $\Psi_c$  – расчетные значения траекторных измерений, зависящие от движения аппарата  $\Psi_c = \Psi_c(\mathbf{Q})$ ,  $\mathbf{P}$  – весовая матрица траекторных измерений,  $\mathbf{P}_j^{sp}$  – весовая матрица моментов светового давления,  $\mathbf{P}_i$  – весовая матрица измерений импульсов, полученная из суммы ковариационных матриц отдельных включений (9) разгрузок. Выражение (12) отличается от функционала, используемого в классическом варианте определения орбиты по траекторным измерениям методом максимального правдоподобия [13], наличием двух дополнительных слагаемых. Каждое из этих слагаемых содержит рассогласования между функциями от измеренных величин, предоставляемых телеметрической системой, и расчетных значений, зависящих от элементов  $\mathbf{Q}$ . В этом смысле отделение их от траекторных измерений является условным. Будем предполагать, что ошибки рассогласований как траекторных измерений, так и измерений импульсов разгрузок и моментов светового давления, распределены нормально с нулевым математическим ожиданием.

Будем искать такие параметры движения  $\mathbf{Q}^*$ , которые доставляют максимум функции правдоподобия  $L(\Psi|\mathbf{Q}) = P(\mathbf{Q}|\Psi)$ , что для нормального распределения эквивалентно  $\mathbf{Q}^* = \arg \min \Phi(\mathbf{Q})$ . Поиск неизвестных значений  $\mathbf{Q}^*$  осуществляется теми же методами, что в случае наличия только траекторных измерений. В частности параметры могут быть найдены итерационным методом обобщенных касательных Ньютона с использованием в качестве начального приближения, к примеру, решения, полученного уточнением только вектора состояния  $\mathbf{Q} = \mathbf{X}_0(t_0)$ .

### РЕЗУЛЬТАТЫ

Оценим влияние приведенных выше моделей и методик на качество получаемой в результате уточнения орбиты КА *Спектр-Р*; входными данными для получения орбиты являются реальные траекторные измерения и телеметрическая информация.

Для уточнения орбиты было выбрано два временных интервала в 2013-м году: с 20.II по 10.IV и с 10.IV по 30.V. Выбранные интервалы с одной стороны находятся в зоне интенсивных наблюде-

ний, с другой – максимально удалены от момента вывода на орбиту, во избежание ошибок, связанных с обработкой новых измерительных систем.

Описанную выше модель движения, включающую модель светового давления, зависящую от трех уточняемых параметров  $\alpha_1$ ,  $\mu_1$  и  $\alpha_2$ , и уточняемые импульсы разгрузок маховиков, будем использовать в качестве основной модели для реконструкции орбиты КА на выбранных временных интервалах. Для оценки того, каким образом учет функциональных и конструктивных особенностей КА в модели движения влияет на качество полученной орбиты, рассмотрим три дополнительные модели.

Первая модель движения – классическая, она учитывает все внешние возмущения пассивного движения, описанные выше, кроме светового давления, которое описывается простой моделью [14], справедливой для равномерно окрашенной сферы. В работе использовалась следующая реализация простой модели ускорения от светового давления:

$$\mathbf{a}_{sp} = -\chi \frac{\mu_c}{|\mathbf{R}_c - \mathbf{r}|^3} (\mathbf{R}_c - \mathbf{r}),$$

где  $\mu_c$  – гравитационный параметр Солнца,  $\mathbf{R}_c$  – радиус-вектор Солнца,  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор аппарата. Световое давление при этом никак не зависит от ориентации аппарата и характеризуется одним неизвестным коэффициентом  $\chi$ , который вносится в число уточняемых параметров.

Вторая модель описывает классическое пассивное движение, но с добавлением разгрузок маховиков. Световое давление также описывается одним коэффициентом, который уточняется. Импульсы разгрузок имеют фиксированные значения, совпадающие с измеренными, полученными из телеметрии.

Третья модель, также как и вторая, использует измеренные значения импульсов разгрузок, не уточняя их. Световое давление описывается тремя коэффициентами  $\alpha_1$ ,  $\mu_1$  и  $\alpha_2$ , которые уточняются наряду с начальным вектором состояния.

Результаты согласования измерений на разных временных интервалах, полученные после сходимости процесса уточнения, приведены в табл. 3. В качестве величины, характеризующей согласование измерений, выбрано безразмерное среднеквадратичное отклонение  $\sigma = \sqrt{\Phi/N_{\text{изм}}}$ . При уточнении орбиты использовались постоянные значения среднеквадратичных ошибок измерений и соответствующие им значения весов и весовых матриц. Ошибка измерения дальности полагалась равной 100 метрам. Ошибка запросных измерений радиальной скорости была установлена на уровне 10 мм/с, беззапросных измерений – 5 мм/с. Предполагалось также, что ошибки измерения прямо-



Таблица 3. Безразмерное СКО траекторных измерений

Модель	Световое давление	Разгрузки	$\sigma_1$ , 20.II.–10.IV.13 г.	$\sigma_2$ , 10.IV.–30.V.13 г.
“К”	Классическое, $\chi$	Не учитываются	12.43677	9.18588
“КР”	Классическое, $\chi$	Учитываются	4.72914	6.78832
“СР”	Сложное, $\alpha_1, \mu_1, \alpha_2$	Учитываются	1.20896	0.63767
“СР+”	Сложное, $\alpha_1, \mu_1, \alpha_2$	Уточняются	0.36210	0.31607

Таблица 4. Параметры движения, уточненные на интервале 20.II.–10.IV.13 г., приведенные к 10.IV.13 00.00.00 UT

Параметр	“К”	“КР”	“СР”	“СР+”
$a$ , тыс. км	176.814766841	176.814968720	176.815074330	176.815048801
$e$	0.738340958	0.738333302	0.738330424	0.738329467
$i$ , град	70.927401302	70.928335431	70.926823804	70.925978782
$\omega$ , град	2.678520144	2.686516018	2.689478581	2.689175151
$\Omega$ , град	291.810779777	291.805612874	291.801806993	291.803042599
$M$ , град	263.781697920	263.782355379	263.782236339	263.782140582
$\chi$	$2.665864 \cdot 10^{-5}$	$2.117495 \cdot 10^{-5}$		
$\alpha_1$			0.79055313	0.85658688
$\mu_1$			0.05319324	0.07669267
$\alpha_2$			0.00694521	0.10854078

го восхождения и склонения равны одной угловой секунде и не имеют между собой корреляции. Следует отметить, что при расчете  $\sigma$  для модели “СР+” использовалась только часть функционала, соответствующая траекторным измерениям. Согласование измерений с применением модели “СР+”, являющейся наиболее сложной, приведены на рис. 3–5 и 7–9. Согласование измерений на обоих интервалах лучше априорных значений ошибок, заложенных в веса измерений. Траекторные измерения дальности, проведенные в Уссурийске на обоих интервалах лежат внутри проектной точности 20 м за исключением единичных выбросных измерений. Измерения дальности в Медвежьих озерах согласуются немного хуже, однако большая часть лежит внутри 50 метров. Систематические отклонения по радиальной скорости не превышают 2 мм/с. Оптические измерения

согласуются с полученной орбитой с точностью превосходящей одну угловую секунду.

На рис. 6 и 10 изображены рассогласования между величинами измеренных и расчетных импульсов разгрузок, а также отклонения направлений расчетных импульсов. Среднеквадратичная ошибка определения величины импульсов разгрузок на первом интервале составила 0.5928 мм/с, на втором интервале – 0.6566 мм/с. Угловые отклонения не превышают  $0.7^\circ$ .

В табл. 4–5 приведены сводные значения параметров движения, уточненных на двух мерных интервалах и приведенных к одинаковому времени  $t_0$ , соответствующему полуночи по всемирному времени между 9 и 10.IV.2013 года. Векторы состояния для удобства представлены в оскулирующих элементах. Из этих таблиц видно, что коэффициенты светового давления, полученные в результате использования одинаковых моделей

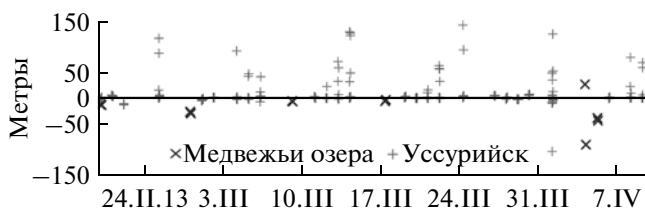


Рис. 3. Модель “СР+”, невязки по дальности 20.II.13–10.IV.13.

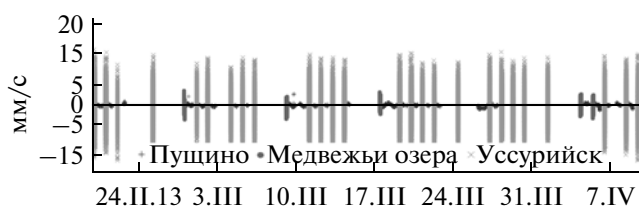


Рис. 4. Модель “СР+”, невязки по радиальной скорости 20.II.13–10.IV.13.

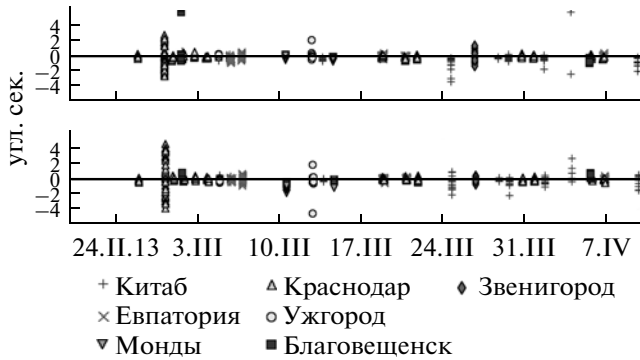


Рис. 5. Модель “СР+”, невязки по направлению 20.II.13–10.IV.13.

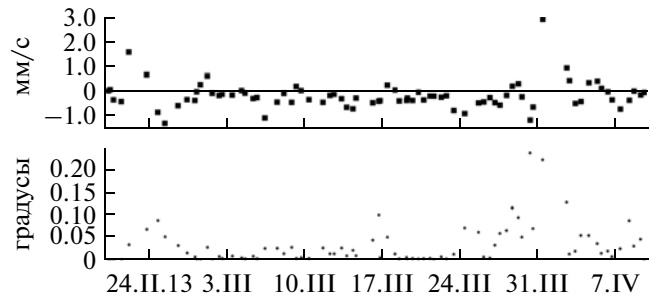


Рис. 6. Модель “СР+”, невязки импульсов разгрузок 20.II.13–10.IV.13.

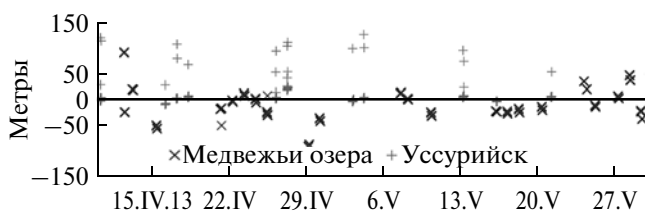


Рис. 7. Модель “СР+”, невязки по дальности 10.IV.13–30.V.13.

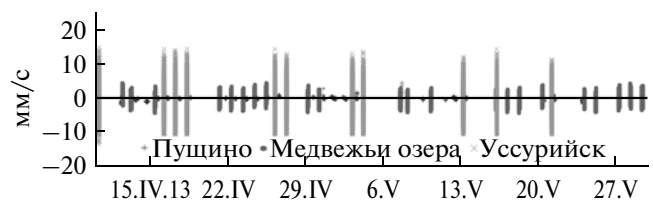


Рис. 8. Модель “СР+” невязки по радиальной скорости 10.IV.13–30.V.13.

на разных мерных интервалах согласуются друг с другом. При этом коэффициент  $\chi$  убывает при переходе от модели “К” к модели “КР” на обоих интервалах. Это связано с тем, что в силу допустимой ориентации КА *Спектр-Р* возмущение от разгрузки маховиков всегда будет иметь ненулевую составляющую в направлении от Солнца, а повышенный коэффициент светового давления частично учитывает регулярное влияние от этих возмущений. Параметры движения, уточненные при помощи модели “СР+” на двух интервалах хорошо согласуются друг с другом как в координатной части, так и в коэффициентах светового давления.

натной части, так и в коэффициентах светового давления.

Оценки, проведенные на двух мерных интервалах, показывают, что использование сложной модели светового давления и учет возмущений, вызванных разгрузками маховиков, позволяет улучшить согласование измерений в 7 и 13 раз по сравнению с классической пассивной моделью движения. Дополнительное уточнение импульсов разгрузок позволяет улучшить указанные показатели до 34 и 29 раз соответственно. Важным также является тот факт, что в модели “СР+” импульсы разгрузок уточнились к значениям, схожим по

Таблица 5. Параметры движения, уточненные на интервале 10.IV.13–30.V.13 г., приведенные к 10.IV.13 00:00:00 UT

Параметр	“К”	“КР”	“СР”	“СР+”
$a$ , тыс. км	176.817134121	176.816037584	176.815114242	176.815074736
$e$	0.738350970	0.738327793	0.738329609	0.738330220
$i$ , град	70.928685124	70.924122602	70.925521172	70.926031934
$\omega$ , град	2.693601490	2.692458506	2.689089394	2.689208150
$\Omega$ , град	291.808505413	291.807847533	291.803134632	291.803084043
$M$ , град	263.787776530	263.783246435	263.782256506	263.782273595
$\chi$	$2.793778 \cdot 10^{-5}$	$2.060516 \cdot 10^{-5}$		
$\alpha_1$			0.83780732	0.86560409
$\mu_1$			0.07362764	0.13378616
$\alpha_2$			0.07057908	0.13462086



Рис. 9. Модель “CP+”, невязки по направлению 10.IV.13–30.V.13.

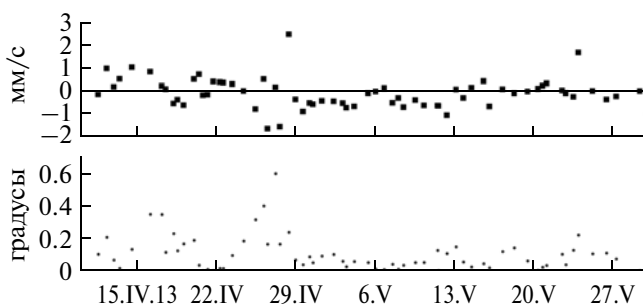


Рис. 10. Модель “CP+”, невязки импульсов разгрузок 10.IV.13–30.V.13.

направлению с измеренными, а отклонения их величин не имеют ярко выраженной систематики, которая бы свидетельствовала о существенных возмущениях, не учитываемых моделью движения.

Предложенная модель светового давления адекватно описывает возмущения движения центра масс КА. В пользу этого говорят значения уточненных коэффициентов  $\alpha_1$ ,  $\mu_1$  и  $\alpha_2$ , которые находятся в области допустимых значений, а также находятся относительно близко друг к другу при уточнении на разных интервалах. Помимо этого, сами значения коэффициентов соответствуют поверхностям, к которым они были отнесены. Антенна и центральный блок покрыты многослойной изоляцией, хорошо отражающей свет, а панели солнечных батарей как и ожидалось поглощают большую часть падающего света.

Проект “РадиоАстрон” осуществляется Астро-космическим центром ФИАН им. П.Н. Лебедева и НПО им. С.А. Лавочкина по контракту с Российским космическим агентством совместно со многими научно-техническими организациями в России и других странах.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кардашев Н.С., Парийский Ю.Н., Соколов А.Г. Космическая астрономия // Успехи физических наук. 1971. Т. 104. № 6. С. 328–331.
2. Андреянов В.В., Кардашев Н.С. Проект наземно-космического интерферометра // Космич. исслед. 1981. Т. XIX. № 5. С. 763–772. (Cosmic Research. P. 527).
3. Lemoine F.G., Kenyon S.C., Factor J.K. et al. The Development of the Joint NASA GSFC and National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96. /NASA/TP-1998-206861. 1998. Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland. <http://www.nima.mil/GandG/wgs-84/egm96.html>
4. Folkner W.M., Williams J.G., Boggs D.H. The Planetary and Lunar Ephemeris DE421 // Interplanetary Network Progress Report. 2009. Aug. V. C1. P. 42–178.
5. Eanes R.J., Shtutz B., Tapley B. Earth and ocean tide effects on Lageos and Starlette // Schweizerbart'sche Verlagabuchhandlung. 1983. Oct. P. 239–250.
6. Mathews P.M., Herring T.A., Buffet B.A. Modeling of nutation-precession: New nutation series for nonrigid Earth, and insights into the Earth's interior // J. Geophysical Research: Solid Earth. 2002. V. 107. № B4. P. 1–27.
7. Knocke P.C., Ries J.C., Tapley B.D. Earth radiation pressure effects on satellites // American Institute of Aeronautics. Astronautics, 1988.
8. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли / Федорова Р.С. (ред.). ЦНИИ Минобороны России, 2004. ГОСТ Р 25645.166–2004.
9. Estabrook F.B. Post-Newtonian  $n$ -BODY Equations of the Brans-Dicke Theory // Astrophysical J. 1969. V. 158. Oct. P. 81–83.
10. Fliegel H.F., Gallini T.E., Swift E.R. Global Positioning System Radiation Force Model for geodetic applications // J. Geophysical Research 1992. V. 92. № B1. P. 559–568.
11. Комаров М.М., Сазонов В.В., Климович Д.Н. Расчет сил и моментов светового давления, действующих на роторный солнечный парус. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 1995. № 59. С. 18.
12. Сажин М.В., Власов М.В., Сажина О.С., Турьшев В.Г. РАДИОАСТРОН: Релятивистское изменение частоты и сдвиг шкалы времени // Астрон. ж. 2010. Т. 87. № 11. С. 1–16.
13. Аким Э.Л., Энеев Т.М. Определение параметров движения космического летательного аппарата по данным траекторных измерений // Космич. исслед. 1963. Т. 1. № 1. С. 5–50.
14. Абалакин В.К., Аксенов Е.П., Гребеников Е.А., Демин В.Г., Рябов Ю.А. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М.: Наука, 1976.