

УДК 520.8

ПЕРВАЯ ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО РАДИОТЕЛЕСКОПА “РАДИОАСТРОН” ПО РЕЗУЛЬТАТАМ РАННЕЙ НАУЧНОЙ ПРОГРАММЫ НАБЛЮДЕНИЙ АКТИВНЫХ ЯДЕР ГАЛАКТИК

© 2015 г. И. Н. Пашенко, Ю. Ю. Ковалев, П. А. Войцик

Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, г. Москва

in4pashchenko@gmail.com

Поступила в редакцию 16.12.2013г

Для интерпретации радиоинтерферометрических наблюдений чувствительных к линейной поляризации необходимо учесть эффект инструментальной или “паразитной” поляризации. В случае наземно-космической Радиоинтерферометрии со Сверхдлинными Базами эта процедура предполагает проведение сеанса поляризационно-чувствительного картографирования с достаточным числом наземных станций и достаточно малыми проекциями наземно-космических баз. В работе решается задача оценки величины инструментальной поляризации космического радиотелескопа *Спектр-Р* проекта “РадиоАстрон” по результатам Ранней научной программы наблюдений активных ядер галактик. Используется статистический подход к оценке величины инструментальной поляризации, связанный с анализом уже полученных к настоящему времени промежуточных результатов обзора яркостных температур. Полученные для частотных диапазонов *S* и *L* (95-процентные вероятностные интервалы [0.0646, 0.1267] и [0.0945, 0.1736] соответственно для 6 и 18 см) оценки позволяют утверждать, что инструментальная поляризация радиотелескопа не превышает значений, типичных для наземных РСДБ-станций.

DOI: 10.7868/S002342061503005X

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных научных задач проекта “РадиоАстрон” [1] является проведение наземно-космических радиоинтерферометрических наблюдений активных ядер галактик (АЯГ) со сверхвысоким угловым разрешением, чувствительных, в том числе, и к линейной поляризации радиоизлучения. Информация о поляризации радиоизлучения релятивистских выбросов замагниченной плазмы и его частотной зависимости является, по сути, единственной возможностью исследования магнитных полей, элементарного состава и энергетического спектра частиц вещества выбросов. Это связано с зависимостью коэффициентов переноса поляризованного излучения от этих параметров [2], [3]. По существующим представлениям, именно магнитные поля играют важнейшую роль в формировании, коллимации и ускорении струйных выбросов (“джетов”) во многих космических объектах, таких как квазары, микроквазары, молодые звездные объекты [4]. Однако задача анализа результатов поляризационно-чувствительных наблюдений методом радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ) осложняется наличием инструментальных эффектов, одним из которых является так на-

зываемое “просачивание” поляризаций (polarization “leakage”). Учитывая слабость сигнала линейной поляризации выбросов активных ядер галактик (степень линейной поляризации в оптически плотных областях обычно составляет всего несколько процентов), игнорирование этого эффекта может приводить к ошибочным выводам о свойствах исследуемых объектов. Неучтенный (или ошибочно учтенный) эффект инструментальной поляризации по величине и его локализации в области максимума полной интенсивности может совпадать с ожидаемым сигналом [5], что, в таком случае, делает интерпретацию наблюдений крайне затруднительной.

Следует отметить, что имеющиеся в арсенале наземного РСДБ методы оценки величины инструментальной поляризации применимы, как показывает опыт проекта VSOP [6], и в случае наземно-космической РСДБ. Однако, точность получаемых такими методами оценок, в связи с небольшим опытом использования наземно-космического РСДБ для поляризационных измерений, еще не достаточно исследована. В особенности это относится к случаю, в котором в данном частотном диапазоне орбитальный радиотелескоп способен регистрировать только одну из ортого-

нальных компонент поляризации (как, например, японский спутник *HALCA* проекта VSOP [6] или же, собственно, *Спектр-Р* в частотном диапазоне 6 см). Мы провели ряд экспериментов с данными наблюдений проекта MOJAVE [7], полученными с использованием РСДБ-сети антенной решетки со сверхдлинными базами (Very Large Baseline Array – VLBA) и взятыми нами из стандартного архива, моделируя ситуацию, возникающую при калибровке инструментальной поляризации космического радиотелескопа (КРТ). В рамках этих экспериментов были рассмотрено влияние двух факторов, теоретически служащих источником неопределенности при получении оценки величины просачивания, а именно: отсутствие промежуточных по размеру баз с наземными радиотелескопами и регистрация только одной из ортогональных (в данном случае – круговых) компонент поляризации. Результаты проведенных экспериментов указывают на то, что в случае влияния обоих факторов точность оценки инструментальной поляризации может уменьшаться на порядок.

В данной работе решается задача получения первой оценки величины инструментальной поляризации КРТ по данным ранней научной программы (РНП) по наблюдению АЯГ, а именно – обзора яркостных температур.

2. ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Сигналы, индуцируемые в обоих поляризаторах антенны радиотелескопа, каждый из которых предназначен для приема одной из двух ортогональных поляризаций (в нашем случае – левой и правой круговых поляризаций) на самом деле являются суммой двух компонент – отклика на номинальную и отклика на ортогональную к ней поляризацию:

$$V_R = G_R(E_R \exp(-i\varphi) + D_R E_L \exp(+i\varphi)),$$

$$V_L = G_L(E_L \exp(-i\varphi) + D_L E_R \exp(-i\varphi)),$$

где E_R и E_L – электрические поля правой и левой ортогональных компонент круговой поляризации поля излучения, G_R и G_L – зависящие от времени комплексные коэффициенты усиления антенны ($G_{iR}(t) = g_{iR}(t) \exp(i\psi_{iR}(t))$ для антенны под номером i), D_R и D_L – комплексные коэффициенты (называемые также “ D -членами”), характеризующие отклик на излучение ортогональной поляризации и являющиеся количественной мерой эффекта “просачивания” и φ – параллактический угол поляризатора, характеризующий его ориентацию относительно наблюдаемого источника. Важным является то, что параллактический угол непрерывно изменяется при сопровождении источника антенной, имеющей алыт-азимуталь-

ную монтировку, однако остается постоянным в случае антенны с экваториальной монтировкой. Это обстоятельство позволяет, в целом ряде случаев, разделить сигнал паразитной поляризации и сигнал источника.

Можно показать, что кросс-корреляции откликов пары антенн следующим образом связаны с параметрами Стокса (функциями видности или амплитудой соответствующих интерферометрических лепестков) излучения исследуемого источника \tilde{I}_{12} , \tilde{Q}_{12} , \tilde{U}_{12} , \tilde{V}_{12} и инструментальными коэффициентами G_{1R} , G_{1L} , G_{2R} , G_{2L} и D_{1R} , D_{1L} , D_{2R} , D_{2L} [8]:

$$\begin{aligned} R_1 R_2^* &\equiv \langle V_{R1} V_{R2}^* \rangle = \\ &= G_{1R} G_{2R}^* \left[(\tilde{I}_{12} + \tilde{V}_{12}) \exp(i(-\varphi_1 + \varphi_2)) + \right. \\ &\quad \left. + D_{1R} D_{2R}^* (\tilde{I}_{12} - \tilde{V}_{12}) \exp(i(-\varphi_1 + \varphi_2)) + \right. \\ &\quad \left. + D_{1R} \tilde{P}_{21}^* \exp(i(-\varphi_1 + \varphi_2)) + D_{2R}^* \tilde{P}_{12} \exp(i(-\varphi_1 - \varphi_2)) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_1 L_2^* &\equiv \langle V_{L1} V_{L2}^* \rangle = \\ &= G_{1L} G_{2L}^* \left[(\tilde{I}_{12} - \tilde{V}_{12}) \exp(i(+\varphi_1 - \varphi_2)) + \right. \\ &\quad \left. + D_{1L} D_{2L}^* (\tilde{I}_{12} + \tilde{V}_{12}) \exp(i(-\varphi_1 + \varphi_2)) + \right. \\ &\quad \left. + D_{1L} \tilde{P}_{12}^* \exp(i(-\varphi_1 - \varphi_2)) + D_{2L}^* \tilde{P}_{12} \exp(i(+\varphi_1 + \varphi_2)) \right]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_1 L_2^* &\equiv \langle V_{R1} V_{L2}^* \rangle = \\ &= G_{1R} G_{2L}^* \left[\tilde{P}_{12} \exp(i(-\varphi_1 - \varphi_2)) + \right. \\ &\quad \left. + D_{1R} D_{2L}^* \tilde{P}_{12}^* \exp(i(+\varphi_1 + \varphi_2)) + \right. \\ &\quad \left. + D_{1R} (\tilde{I}_{12} - \tilde{V}_{12}) \exp(i(+\varphi_1 - \varphi_2)) + \right. \\ &\quad \left. + D_{2R}^* (\tilde{I}_{12} + \tilde{V}_{12}) \exp(i(-\varphi_1 + \varphi_2)) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_1 R_2^* &\equiv \langle V_{L1} V_{R2}^* \rangle = \\ &= G_{1L} G_{2R}^* \left[\tilde{P}_{21} \exp(i(+\varphi_1 + \varphi_2)) + \right. \\ &\quad \left. + D_{1L} D_{2R}^* \tilde{P}_{12} \exp(i(-\varphi_1 - \varphi_2)) + \right. \\ &\quad \left. + D_{1L} (\tilde{I}_{12} + \tilde{V}_{12}) \exp(i(-\varphi_1 + \varphi_2)) + \right. \\ &\quad \left. + D_{2R}^* (\tilde{I}_{12} - \tilde{V}_{12}) \exp(i(+\varphi_1 - \varphi_2)) \right]. \end{aligned}$$

Здесь $\tilde{P}_{12} = \tilde{Q}_{12} + i\tilde{U}_{12} = \langle E_{1R} E_{2L}^* \rangle$ – комплексная линейная поляризации источника. Тильда над па-

раметром Стокса означает величину в плоскости пространственных частот, а не в плоскости изображения, а звездочка означает операцию комплексного сопряжения. Однако, на практике, часто используют линейаризованные соотношения (учитывая малую величину степени линейной и, тем более, круговой поляризации источника, а также самих D -членов – порядка нескольких процентов):

$$R_1 R_2^* = G_{1R} G_{2R}^* \tilde{I}_{12} \exp(i(-\varphi_1 + \varphi_2)),$$

$$L_1 L_2^* = G_{1L} G_{2L}^* \tilde{I}_{12} \exp(i(+\varphi_1 - \varphi_2)),$$

$$R_1 L_2^* = G_{1R} G_{2L}^* [\tilde{P}_{12} \exp(i(-\varphi_1 - \varphi_2)) + D_{1R} \tilde{I}_{12} \exp(i(+\varphi_1 - \varphi_2)) + D_{2L}^* \tilde{I}_{12} \exp(i(-\varphi_1 + \varphi_2))].$$

$$L_1 R_2^* = G_{1L} G_{2R}^* [\tilde{P}_{21} \exp(i(+\varphi_1 + \varphi_2)) + D_{1L} \tilde{I}_{12} \exp(i(-\varphi_1 + \varphi_2)) + D_{2R}^* \tilde{I}_{12} \exp(i(+\varphi_1 - \varphi_2))].$$

3. ФОРМУЛИРОВКА ВЕРоятностной МОДЕЛИ

Перейдем теперь к формулировке вероятностной модели, связывающей наблюдаемые данные и неизвестные инструментальные коэффициенты. Для этого необходимо построить совместное распределение наблюдаемых данных и неизвестных параметров, среди которых как инструментальные эффекты, так и параметры наблюдаемого источника. Используя построенную модель, можно оценить плотность вероятности неизвестных параметров, используя байесовский подход. Рассмотрим отдельно данные наблюдений и параметры модели.

3.1 Используемые наблюдаемые данные. Основной модой наблюдений в проекте “Радио-Астрон” в рамках РНП по обзору АЯГ является достаточно кратковременные сессии наблюдений с различной величиной и направлением проекции наземно-космической базы. Полученные значения функции видности после амплитудной калибровки или же их верхние пределы предполагается использовать для оценки коррелированного потока и, следовательно, яркостной температуры источника [9]. Промежуточным результатом обзора яркостных температур является набор значений отношений сигнал/шум (S/N) для измеренных интерферометрических откликов для различных наблюдательных сессий. Из раздела 1 следует, что в каждом измерении лепестков перекрестной корреляции (т.е. $R_1 L_2^*$ или $L_1 R_2^*$) на какой-либо базе с КРТ присутствует вклад от инструментальных поляризаций обеих антенн дан-

ной базы. Учитывая предполагаемое постоянство коэффициентов инструментальной поляризации КРТ, возникает идея использовать промежуточные результаты текущего обзора яркостных температур для оценки этих величин.

Можно существенно сократить количество неизвестных параметров в модельных соотношениях, связывающих измеряемые в обзоре корреляции с инструментальными коэффициентами, образуя следующие отношения перекрестных к параллельным корреляциям [8]:

$$\begin{aligned} R_1 L_2^* / R_1 R_2^* &= \\ &= \frac{1}{r_2} e^{+i\Psi_2} (\tilde{M}_{12} \exp(-2i\varphi_2) + D_{1R} \exp(+2i\varphi_{12}) + D_{2L}^*), \\ L_1 R_2^* / R_1 R_2^* &= \frac{1}{r_1} \exp(-2i\Psi_1) \times \\ &\times (\tilde{M}_{21}^* \exp(+2i\varphi_2) + D_{1L} \exp(-2i\varphi_{12}) + D_{2R}^*), \\ L_1 R_2^* / R_1 R_2^* &= \frac{1}{r_2} \exp(-i\Psi_1) (\tilde{M}_{21}^* \exp(-2i\varphi_1) + \\ &+ D_{1L} + D_{2R}^* \exp(+2i\varphi_{12})), \\ L_1 R_2^* / L_1 L_2^* &= r_2 \exp(-i\Psi_2) (\tilde{M}_{21}^* \exp(+2i\varphi_2) + \\ &+ D_{1L} \exp(-2i\varphi_{12}) + D_{2R}^*), \end{aligned} \quad (1)$$

где $r_i = g_{iR}/g_{iL}$ – отношение амплитуд коэффициентов усиления правого и левого каналов антенны с номером i , $\Psi_i = \psi_{iR} - \psi_{iL}$ – разность соответствующих фаз, φ_{12} – разница параллактических углов обеих антенн, \tilde{M}_{12} – комплексная степень линейной поляризации наблюдаемого источника. Здесь m – степень, а χ – позиционный угол линейной поляризации источника. Будем предполагать, что чувствительности обоих каналов (правой и левой круговых поляризаций) обоих радиотелескопов составляющих базу одинаковы, что, строго говоря, может быть не так. Тогда отношения амплитуд интерферометрических лепестков перекрестной к параллельной корреляциям можно заменить на отношения сигнал/шум для лепестков соответствующих корреляций, т.е. положить $|R_1 L_2^*| / |R_1 R_2^*| = (S/N_{RL}) / (S/N_{RR})$. Таким образом, используя отношения измеренных данных, мы избавляемся от необходимости проведения амплитудной калибровки. Модельное соотношение, связывающее неизвестные параметры r , M , D_{GRT} ,

Таблица 1

Физическая величина	Обозначение	Используемое распределение	Параметры
Отношение амплитуд коэффициентов усиления в правой и левой полосах	r	Лог-нормальное $\lg N(\mu, \sigma)$	$\mu = 0, \sigma = 0.25$
Амплитуда комплексной степени поляризации источника	M	Обобщенное (или 4-х параметрическое) бета-распределение $B(M_{\min}, M_{\max}, a, b)$	$M_{\min} = 0.0, M_{\max} = 0.20, a = 2, b = 3$
Амплитуда коэффициента перетекания наземной антенны	D_{GRT}	Обобщенное (или 4-х параметрическое) бета-распределение $B(D_{\min}, D_{\max}, a, b)$	$D_{\min} = 0.01, D_{\max} = 0.2, a = 5, b = 5$
Фазовые члены	$\varphi_i, i = 1, 2, 3$	Однородное $U(\varphi_{\min}, \varphi_{\max})$	$\varphi_{\min} = -\pi, \varphi_{\max} = \pi$

φ_i , и D_{RA} с наблюдаемыми данными $((S/N)_+/(S/N)_\parallel)$ выглядит следующим образом:

$$(S/N)_+/(S/N)_\parallel = r \| M \exp(i\varphi_1) + D_{GRT} \exp(i\varphi_2) + D_{RA} \exp(i\varphi_3) \| \quad (2)$$

где $(S/N)_+$ – отношение сигнал/шум для лепестка перекрестной корреляции (или верхний предел на него), $(S/N)_\parallel$ – то же, но для параллельной корреляции, r – отношение амплитуд коэффициентов усиления для наземной антенны, M – степень линейной поляризации источника, D_{GRT} – амплитуда коэффициента инструментальной поляризации наземной антенны, D_{RA} – то же для “Радио-Астрона”, φ_i – фазы ($i = 1, 2, 3$). В табл. 1 указаны использованные распределения и их параметры.

Используя промежуточные результаты РНП по наблюдению АЯГ, а именно коррелированные данные обзора яркостных температур, мы оценили отношения сигнал/шум для лепестков перекрестных корреляций в пакете программ PIMA [10]. Далее рассматривались только сканы с детектированным сигналом (интерферометрическим лепестком) в одной из параллельных корреляций, имеющих отношение сигнал/шум $S/N > 30$. Для каждой сессии, состоящей из нескольких 10-минутных сканов, отношения сигнал/шум для лепестков перекрестных и параллельных корреляций усреднялись по сканам (в случае детектированного сигнала, критерием которого служило отношение $S/N > 5.7$). При наличии в сессии только верхних пределов в качестве используемого в дальнейшем выбирался наименьший верхний предел. В табл. 2 представлена сводка полученных таким образом данных. Мы не проводили оценку перетекания в диапазоне K в связи с недостаточным количеством обнаруженных в этом диапазоне интерферометрических лепестков с необходимым S/N .

3.2 Неизвестные параметры. В байесовском подходе все неизвестные параметры – r, M, D_{GRT} ,

φ_i использованного нами соотношения (2), кроме интересующей нас амплитуды “перетекания” КРТ, обычно входят в модель в качестве так называемых “скрытых” (nuisance) параметров. Так называются параметры, необходимые для построения модели, по которым в конечном итоге производится интегрирование. В нашем случае, в особенности, учитывая непостоянство всех этих параметров на временных масштабах, много меньших продолжительности РНП, такой подход привел бы к значительному увеличению числа параметров модели. Так, коэффициенты инструментальной поляризации наземных антенн обычно изменяются при изменениях в конфигурации поляризаторов/приемников, например, в связи с очередным этапом их обслуживания. При наличии N оценок отношений S/N лепестков перекрестных и параллельных корреляций (включая верхние пределы на эти отношения) модель будет содержать $5N + 1$ мешающий параметр и интересующую нас амплитуду коэффициента D_{RA} инструментальной поляризации КРТ. В принципе, из-за возможности указать достаточно тесные априорные ограничения на величины мешающих параметров, оценивание интересующих нас амплитуд коэффициентов “перетекания” КРТ можно было бы провести и таким способом. Однако нами был использован другой подход, в котором мешающие параметры заменялись распределениями соответствующих величин. Параметры этих распределений были зафиксированы в соответствии с ограничениями, рассмотренными ниже.

3.3 Выбор параметров модельных распределений. Фиксированные параметры модельных распределений r, M, D_{GRT}, φ_i выбирались на основа-

Таблица 2

Вид данных	Диапазон C	Диапазон L
Число детектированных лепестков	15	9
Число верхних пределов	11	2

нии ограничений, следующих как из теоретического рассмотрения, так и из предыдущих экспериментальных результатов. Так, амплитуды коэффициентов инструментальной поляризации наземных РСДБ-станций обычно составляют примерно 5% или менее в случае РСДБ-сети VLBA и до 15–20% для некоторых радиотелескопов Европейской РСДБ-сети EVN (Europe VLBI Network). Учитывая это, можно ограничить амплитуды коэффициентов D_{GRT} просачивания наземных станций величиной 20%. Ситуация с величиной M степени линейной поляризации источников менее определенная. На масштабах разрешения РСДБ крайне мало источников, являющихся неполяризованными. Как показывает опыт проекта космического интерферометра VSOP, наблюдаемое с Земли “РСДБ-ядро¹” является результатом блендирования “настоящего” оптически толстого “ядра” и более поляризованного близкого РСДБ-компонента, разрешаемых при РСДБ-наблюдениях с наземно-космическими базами [11]. Так как для большинства наблюдений РНП реализованное разрешение соответствует базам в несколько раз большим орбиты спутника HALCA проекта VSOP [11], можно считать, что весь детектируемый на базах с КРТ поток соответствует оптически толстому “ядру”. Принимая во внимание невысокие значения степени линейной поляризации оптически толстого синхротронного источника [2], можно ограничить распределение степени линейной поляризации величиной 5%. Далее, учитывая случайность фазы комплексной степени поляризации каждого наблюдаемого источника, зависящей от структуры магнитного поля выброса конкретного источника и множества других факторов, а также постоянно меняющийся вследствие разворотов КРТ параллактический угол *Спектр-Р*, можно полагать все фазы φ_i в модельных соотношениях случайными величинами, выбранными из однородного на интервале $[-\pi, \pi]$ распределения. Строго говоря, фаза коэффициента инструментальной поляризации КРТ, как и амплитуда, ожидается достаточно постоянной, что, собственно, и позволяет провести подобный статистический анализ. Однако, учитывая, что в соотношении RL/LL (см. (1)), которое применимо для частотного диапазона 6 см, коэффициент просачивания для КРТ входит с фазовым множителем φ_{12} , изменяющимся со временем, распределение фазы φ_3 соответствующего слагаемого в соотношении (2) можно тоже считать однородным. В случае же наблюдений в диапазоне 18 см, мы использовали только те модельные отношения перекрестных и параллельных корреляций, которые

содержат коэффициент перетекания КРТ также со “случайным” фазовым множителем.

Следует отметить, что при выбранных параметрах модельных распределений D_{GRT} и M , результат оценки D_{RA} соответствует также возможности, в которой параметры D_{GRT} на самом деле являются параметрами M , то есть проявляется, так называемая, неотожествляемость этих параметров. Это выражается в наличие нескольких пиков у функции правдоподобия. Однако эти параметры не являются оцениваемыми, а по ним проводится интегрирование.

При заданной амплитуде D_{RA} коэффициента “перетекания” КРТ и параметрах модельных распределений θ (см. табл. 2), предсказываемые данные (значения отношений сигнал/шум лепестков перекрестных к параллельным корреляциям) являются выборкой из полученного в соответствии с соотношениями (2) распределения $R(D_{RA}, \theta)$. Тогда функция правдоподобия параметров D_{RA}, θ для полученных данных y (т.е. вероятность полученных в РНП данных y быть выбранными из распределения $R(D_{RA}, \theta)$) определяется выражением:

$$L(y|(D_{RA}, \theta)) = \prod_{i=1}^{N_{det}} p(R = R_i) \cdot \prod_{j=1}^{N_{lim}} F(R < R_j),$$

где $p(R)$ и $F(R)$ – плотность вероятности и функция распределения (интегральная плотность вероятности), оцениваемые из предсказываемого распределения $R(D_{RA}, \theta)$ и наблюдаемых данных y , N_{det} – число обнаружений лепестков перекрестных корреляций, N_{lim} – число верхних пределов на амплитуду лепестков перекрестных корреляций. Фиксируя параметры модельных распределений мешающих параметров θ на основе априорной информации, мы, таким образом, исключаем их из параметров модели. То есть правдоподобие можно записать в виде $L(y|(D_{RA}, \theta))$, где I – используемая модель (со всеми параметрами).

Таким образом, к оцениванию искомой амплитуды мы приходим со следующей вероятностной моделью:

$$P(D_{RA}, y, I) = L(y|D_{RA}, I)Pr(D_{RA}, I)Pr(I),$$

где $Pr(D_{RA}, I)$ – априорное распределение вероятности значений амплитуды перетекания КРТ для модели I , а $L(y|D_{RA}, I)$ – правдоподобие, представленное выше. $Pr(I)$ представляет собой априорную вероятность модели I .

¹ РСДБ-ядром называется оптически толстое основание наблюдаемых на радиоизображениях обычно односторонних выбросов, полученных методом РСДБ.

4. ОЦЕНКА АМПЛИТУДЫ ПЕРЕТЕКАНИЯ

В соответствии с теоремой Байеса [13], апостериорная плотность вероятности амплитуды перетекания КРТ определяется соотношением:

$$P(D_{RA}|\mathbf{y}, I) = \frac{P(D_{RA}, \mathbf{y}, I)}{P(\mathbf{y}, I)} = \frac{L(\mathbf{y}|D_{RA}, I)Pr(D_{RA}, I)}{P(\mathbf{y}, I)},$$

где $P(\mathbf{y}, I)$ – нормировочная константа, т.н. обоснованность (evidence) или правдоподобие модели. Обоснованность представляет собой вероятность наблюдаемых переменных (то есть, данных) после маргинализации (интегрирования) всех модельных параметров и является главным инструментом байесовского сравнения моделей. Для последующего анализа в качестве неинформативного априорного распределения $Pr(D_{RA}, I)$ было выбрано однородное на интервале $[0, 1]$ распределение. Везде, где необходимо, оценка соответствующих плотностей производилась непараметрически методом парзеновских окон с гауссовым ядром и шириной окна, определяемой в соответствии с правилом Скотта [14].

Для построения выборки из апостериорного распределения $P(D_{RA}|\mathbf{y}, I)$ использовался метод Монте-Карло на Марковских цепочках (Markov Chained Monte Carlo – МСМС), а точнее – его аффинно-инвариантная реализация [15] [16]. Цепочки ансамблей инициализировались в областях значений параметра D_{RA} , выбранных на основании предварительного исследования правдоподобия $L(\mathbf{y}|D_{RA}, I)$. Однако предварительно выполнялся “прожиг”, после сброса результатов которого выполнялась симуляция, так что точные значения инициализации цепочек не должны оказывать влияние на результат. Для уменьшения влияния корреляции между соседними значениями параметров цепочек на получаемые оценки использовалось лишь каждое десятое значение из полученной цепочки.

Следует отметить, что для получения оценок амплитуд перетекания КРТ можно было бы воспользоваться и оценкой максимума правдоподобия. Однако, учитывая, что в будущем мы планируем оценивать поляризационные свойства наблюдаемых источников используя полученные при картографировании оценки перетекания, представляется разумным использовать аппарат байесовского анализа, позволяющий как учесть априорную информацию о неизвестных параметрах, так и исследовать иерархические модели. К тому же, полученная при МСМС выборка из постериорного вероятностного распределения значений амплитуд перетекания позволяет достаточно просто провести предикативный анализ используемой модели на адекватность описания его наблюдаемых данных (см. ниже).

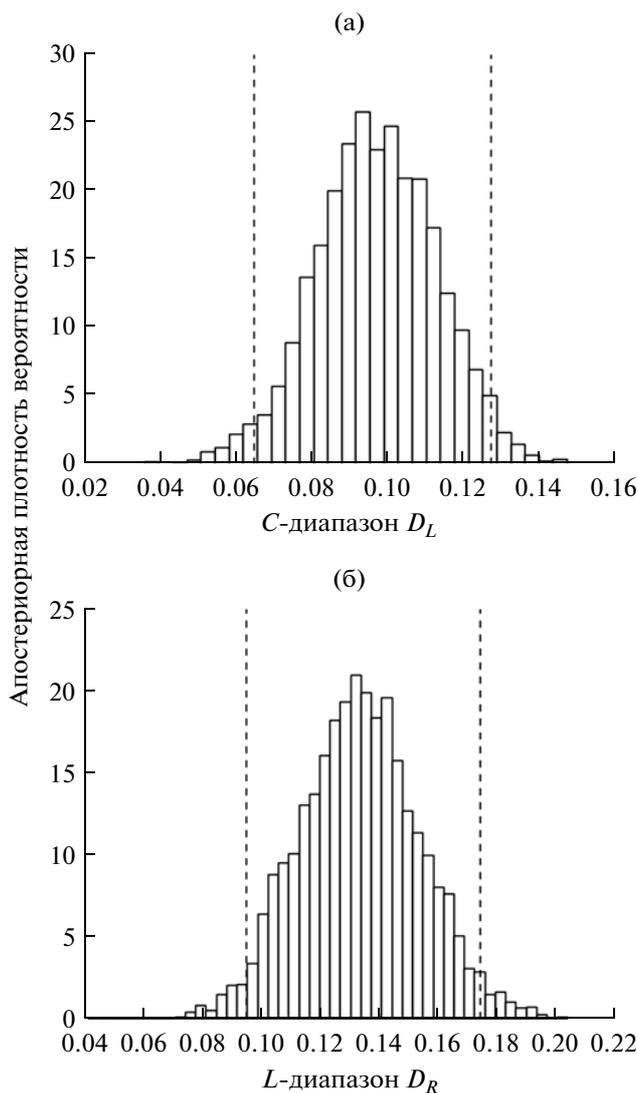


Рис. 1. Гистограмма апостериорного распределения $P(D_{RA}|\mathbf{y})$ амплитуды коэффициента инструментальной поляризации D_L для частотных диапазонов C и L . Для построения гистограмм использовалось 5000 точек, полученных из $P(D_{RA}|\mathbf{y})$ методом Монте-Карло на Марковских цепочках.

Постериорное распределение вероятностей амплитуд перетекания для обоих частотных диапазонов было также оценено прямым численным интегрированием. Действительно, в одномерном случае применение метода МСМС для построения плотности распределения может казаться избыточным, однако для проверки модели в любом случае необходимо получить выборку из соответствующей постериорной плотности. Кроме того, используемый алгоритм МСМС не требует настройки каких-либо параметров, что существенно облегчает его использование. В обоих случаях прямое интегрирование дало похожий результат.

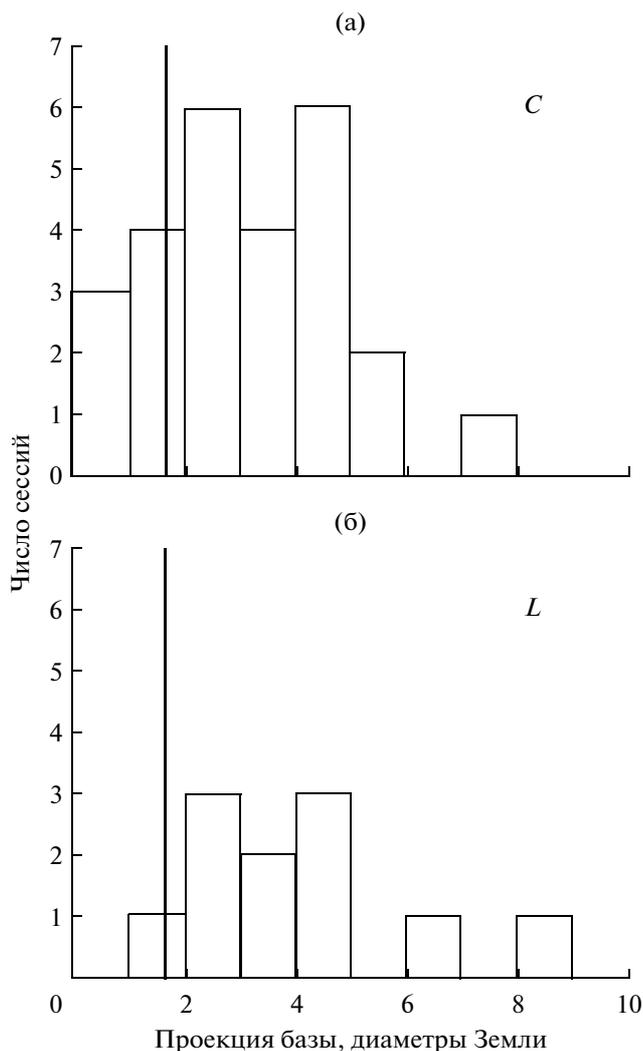


Рис. 2. Гистограмма распределения длин проекций баз для используемых в работе сессий наблюдений в диапазонах C и L . Вертикальная полужирная черта соответствует апогею орбиты космического радиотелескопа *HALCA* проекта VSOP.

На рис. 1а, б представлены гистограммы апостериорной плотности распределения амплитуды D_{RA} коэффициентов перетекания для частотных диапазонов C (6 см) (коэффициент перетекания правой поляризации в левую D_L) и L (18 см) (коэффициент перетекания левой поляризации в правую D_R) вместе с границами 95%-ных вероят-

Таблица 3. Параметры полученных выборок из апостериорных распределений амплитуд коэффициентов инструментальной поляризации

Параметр	Среднее значение	95%-ный вероятностный интервал
C -диапазон	0.0968	[0.0646, 0.1267]
L -диапазон	0.1328	[0.0945, 0.1736]

ностных интервалов (штрихованные линии). При построении гистограмм плотностей использовался метод [20], максимизирующий апостериорную вероятность числа ячеек гистограммы в случае кусочно-постоянной модели плотности, реализованный в [21]. В табл. 3 представлены соответствующие средние распределения, а также их 95%-ные вероятностные интервалы.

5. ОБСУЖДЕНИЕ

Следует отметить, что в решении задачи есть неучтенные источники неопределенности. Так, используемая вероятностная модель основана на линейной модели перетекания. Однако, мы получили результат по величине превышающий значение, после которого при оценке перетекания стандартными для РСДБ методами в линейную модель добавляются члены второго порядка малости. Но, так как нас интересует не как можно более точная оценка эффекта перетекания с целью интерпретации конкретного поляризационного эксперимента, а, скорее, оценка величины эффекта, то использование линейной модели выглядит оправданным. Тем более, что при использовании нелинейной модели перетекания достаточно простая (с точки зрения числа параметров) формулировка вероятностной модели оказывается невозможной. Мы планируем вернуться к формулировке более полной модели после завершения обзора яркостных температур АЯГ и определения величины перетекания стандартными для РСДБ методами с целью, например, статистического исследования поляризационных свойств наблюдавшихся объектов на масштабах разрешения соответствующего наземно-космическим базам с КРТ.

Далее, в реализованном нами подходе зафиксированные параметры распределений θ , используемые для построения вероятностной модели, на самом деле являются структурными параметрами модели и должны быть определены отдельно — до оценки искомой амплитуды перетекания D_{RA} . Мы зафиксировали их значения на основании ограничений, следующих как из теоретического рассуждения (в случае максимальной величины степени поляризации), так и из предыдущих экспериментальных результатов (результатов проекта VSOP и имеющейся информации об амплитудах просачивания наземных станций). Однако, если насчет распределения амплитуд коэффициентов перетекания D_{GRT} наземных станций можно быть уверенными, то оценка распределения степени поляризации M наблюдаемых источников не может считаться окончательной. Дело в том, что она основана на данных наземных РСДБ-наблюдений и данных наземно-космического интерферометра проекта VSOP. Используемые же в работе данные получены с угловым разрешением в несколько раз превосходящим достигнутое в

Таблица 4. Значения обоснованности для рассматриваемых моделей. Диапазон C

Границы распределения $B(2, 3)$	$\ln Z \pm \ln Z$	$\ln Z - \ln Z_{\min}$	$B_{i-\min}$
[0.00, 0.05]	16.3678 ± 0.1794	3.9896	54.0332
[0.00, 0.10]	15.9771 ± 0.1694	3.5989	36.5580
[0.00, 0.20]	15.5265 ± 0.1565	3.1483	23.2964
[0.05, 0.20]	15.3821 ± 0.2159	3.0040	20.1660
[0.10, 0.20]	12.3782 ± 0.2230	0	—
см. рис. 3	15.5640 ± 0.1569	3.1858	24.1870

проекте VSOP (см. рис. 2). К тому же, мы используем представление о “РСДБ-ядре”, как о оптически толстом основании выброса, что является модельным предположением, которое, хотя и подтверждается наземными данными, но может не согласовываться с данными наблюдений при сверхвысоком разрешении наземно-космической РСДБ с участием КРТ “РадиоАстрон”.

Можно было бы продолжить настоящий анализ в этом направлении, например, рассматривая параметры распределений степени поляризации наблюдаемых источников как “скрытые” параметры модели и, задав на них какие-либо априорные распределения, оценить вместе с амплитудой перетекания КРТ. Или же, выбрав параметры модельных распределений (или даже сам вид распределений) максимизирующие обоснованность модели, оценивать апостериорное распределение $P(D_{RA}|y, I)$, используя уже полученную на основании выбранных распределений модель. Такой анализ был проведен. Использовалось обобщенное бета-распределение с различными верхней и нижней границами для моделирования возможных ситуаций, описываемых как стандартное оптически толстое “ядро”, яркий сильно поляризованный компонент со степенью поляризации до 20%, а также промежуточные случаи. Кроме этого использовалось эмпирическое распределение, полученное на основе данных обзора MOJAVE [7] для степени поляризации источников наблюдаемой выборки за последние 3 года (см. рис. 3). Хотя данные MOJAVE получены на РСДБ-сети VLBA на частоте 15 ГГц, использование такого эмпирического распределения можно считать обоснованным, учитывая тот факт, что характерный размер ячеек неоднородности фарадеевского экрана, оцениваемый по данным наземного РСДБ, не намного меньше синтезируемого при этом разрешения [17]. Поэтому с разрешением “РадиоАстрона” фарадеевская деполяризация на внешнем экране должна быть незначительной². Оценка обоснован-

ности каждой из моделей являлась побочным результатом проведения выборки МСМС методом термодинамического интегрирования с помощью алгоритма параллельной закалки.

В табл. 4 и 5 представлены полученные величины обоснованности Z для исследовавшегося набора моделей для диапазонов C и L соответственно. В столбцах указаны: используемые в каждой из моделей границы бета-распределения $B(2, 3)$, выступающего в качестве распределения величины степени поляризации наблюдаемых источников; натуральный логарифм обоснованности $\ln Z$ моделей и его ошибка $d \ln Z$; удаление каждой из моделей от модели с минимальной обоснованностью в логарифмическом масштабе; байесовский фактор $B_{i-\min}$ (отношение обоснован-

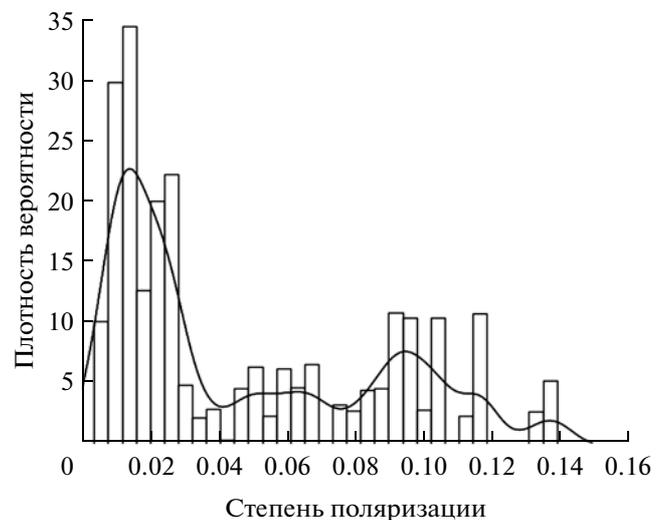


Рис. 3. Гистограмма распределения наблюдаемой степени линейной поляризации исследовавшихся в работе источников по данным обзора MOJAVE на 15 ГГц. Было использовано 1000 подвыборок размером, совпадающим с размером использовавшейся в работе выборки (только детектированный сигнал) в диапазоне C . В каждую подвыборку входили значения степени поляризации архива MOJAVE за последние 3 года для каждого источника выбранные случайно в количестве, пропорциональном количеству сессий конкретного источника, используемых в анализе. Сплошная линия показывает плотность вероятности, полученную ядерным методом оценки плотности с гауссовым ядром (см. текст).

² Однако следует помнить об одном из результатов, обсуждаемом в разделе 3.2 проекта VSOP [10], согласно которому наблюдаемое с Земли РСДБ-ядро при картографировании с наземно-космическим интерферометром обнаруживает близкий к “истинному” РСДБ-ядру яркий сильно поляризованный компонент.

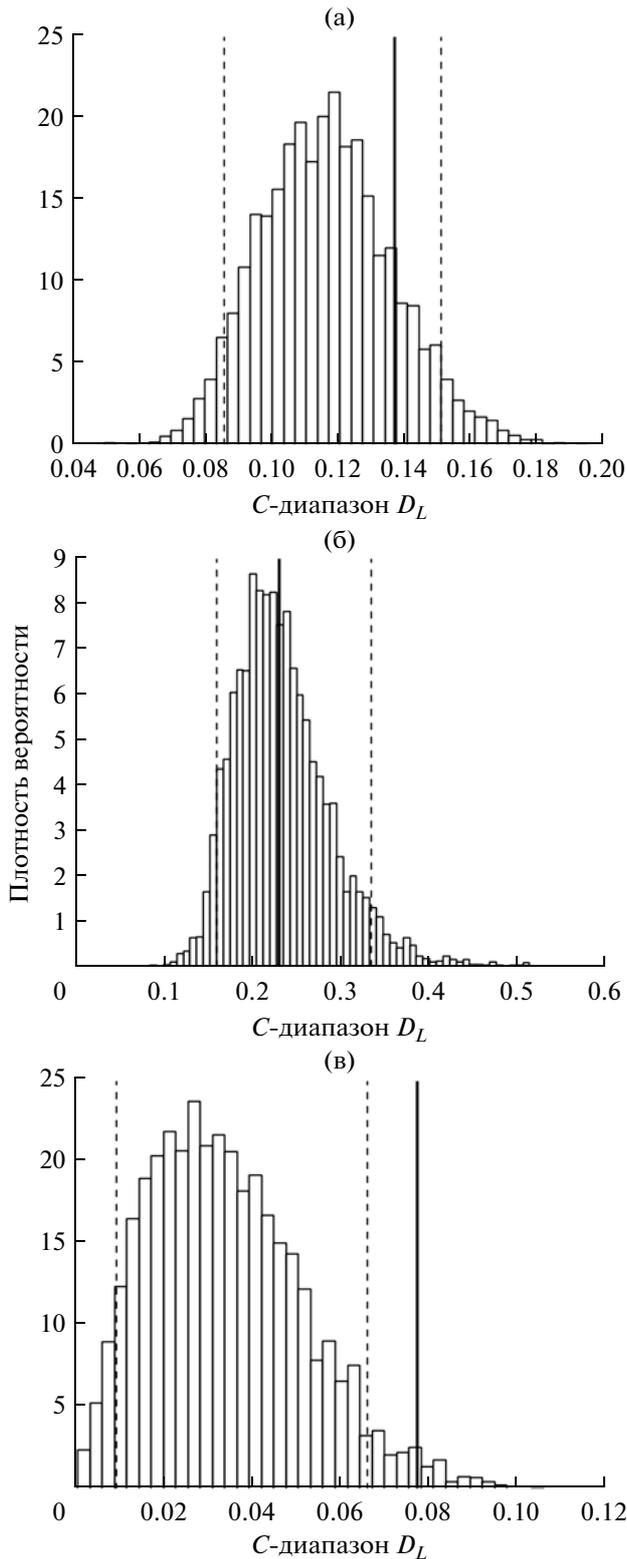


Рис. 4. Гистограмма распределения среднего (а), максимального (б) и минимального (в) значения для 5000 наборов гипотетических “репликационных” данных, полученных на основе используемой для анализа вероятностной модели и выборки из апостериорного распределения амплитуды коэффициента перетекания для частотного диапазона C . Штрихованными линиями показаны 5 и 95% уровни. Сплошная линия показывает данные наблюдений.

(модели) из набора моделей на основе отношений обоснованностей моделей (т.н. “байесовских факторов”) [18]. Исключением, пожалуй, является свидетельство против модели, описываемой как “сильно поляризованный компонент”. Такие же результаты были получены прямым численным интегрированием, а также вычислением обоснованностей в приближении Лапласа (подгонкой пика функции правдоподобия гауссианой). Опять же, мы планируем вернуться к статистическому исследованию поляризации ядер выбросов после проведения обзора яркостных температур и определения величины перетекания КРТ уже стандартными для РСДБ методами.

Для проверки адекватности описания наблюдаемых данных используемой вероятностной моделью (включая линейное приближение перетекания, выбранные параметры модельных распределений, априорное распределение амплитуды перетекания) мы провели апостериорную предиктивную проверку модели следующим образом [19]. Используя выборку из апостериорного распределения амплитуды перетекания $D_{RA,i}$, полученной в ходе МСМС и полученное в соответствии с производящей моделью распределение соответствующих отношений корреляций $P(D_{RA}|y, I)$ был составлен набор гипотетических репликаций данных y_i^{repl} . Далее было составлено распределение таких статистик репликаций данных как среднее, максимальное и минимальное значение. Затем проверялось, насколько “реализованные” репликации (то есть, данные наблюдений) соответствуют построенным распределени-

ванностей) моделей по отношению к модели с наименьшей обоснованностью.

Как видно, слишком малый объем используемой выборки наблюдательных данных не позволяет с уверенностью выбрать наилучшую модель

Таблица 5. Значения обоснованности для рассматриваемых моделей. Диапазон L

Границы распределения $B(2, 3)$	$\ln Z \pm \ln Z$	$\ln Z - \ln Z_{\min}$	$B_{i-\min}$
[0.00, 0.05]	6.9359 ± 0.1578	0	—
[0.00, 0.10]	7.1373 ± 0.1483	0.2014	1.2232
[0.00, 0.20]	7.3599 ± 0.1126	0.4240	1.5281
[0.05, 0.20]	7.5868 ± 0.1169	0.6509	1.9172
[0.10, 0.20]	7.0668 ± 0.1278	0.1309	1.1399
см. рис. 3	7.1217 ± 0.1456	0.1858	1.2041

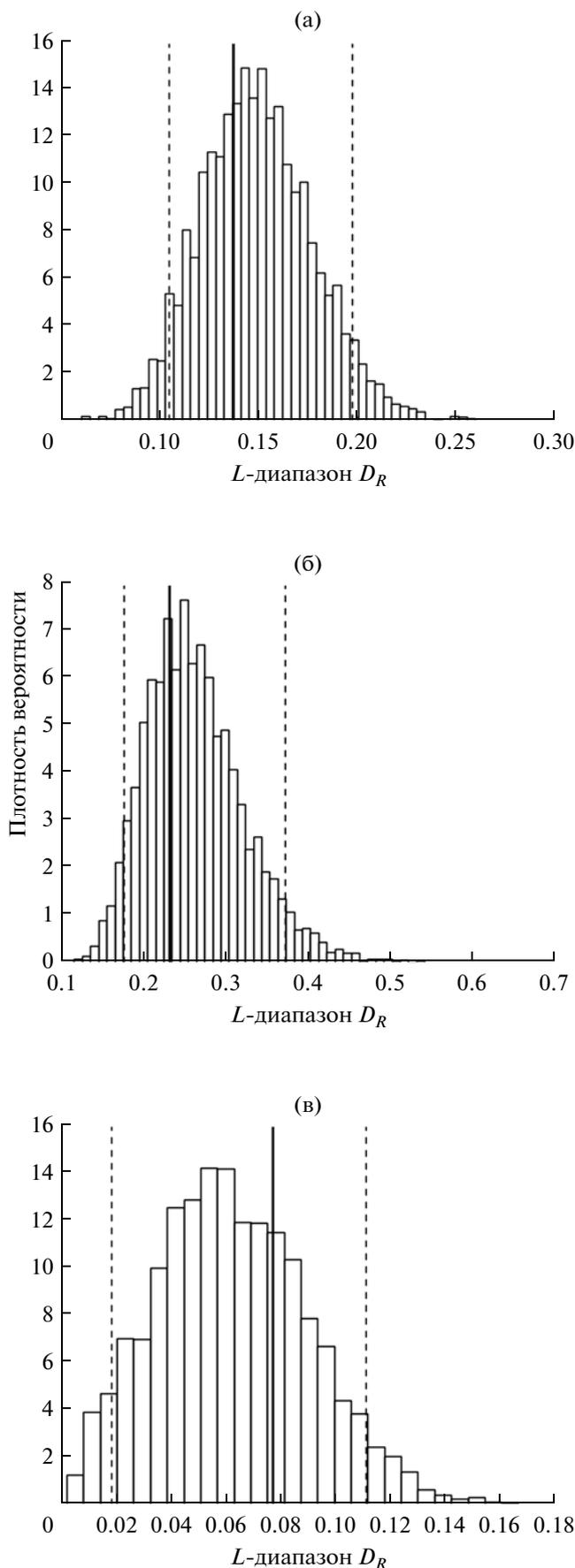
Рис. 5. Гистограмма распределения среднего (а), максимального (б) и минимального (в) значения для 5000 наборов гипотетических “репликационных” данных, полученных на основе используемой для анализа вероятностной модели и выборки из апостериорного распределения амплитуды коэффициента перетекания для частотного диапазона L . Штрихованными линиями показаны 5 и 95% уровни. Сплошная линия показывает данные наблюдений.

ям статистик. Соответствующие распределения и наблюдаемые данные, а также 5 и 95% границы, приведены на рис. 4, 5 для среднего, минимального и максимального значения для диапазонов C и L соответственно. Как видно из рисунков, “реализованные” данные согласуются с распределением статистик репликационных данных, за исключением минимального значения в диапазоне C . Таким образом, в этом диапазоне используемая вероятностная модель испытывает сложности с адекватным описанием минимальных значений наблюдаемых данных. Это может быть связано как с используемой нами упрощенной линейной моделью перетекания, так и с используемыми модельными распределениями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный нами статистический анализ результатов РНП по наблюдению АЯГ показал, что эффект “перетекания” поляризации КРТ “РадиоАстрон” не превышает величин, типичных для некоторых наземных РСДБ-станций (95-процентные вероятностные интервалы [0.0646, 0.1267] и [0.0945, 0.1736], соответственно, для 6 и 18 см). Это позволяет надеяться на успешное выполнение как уже проведенных в рамках РНП, так и планируемых в рамках Ключевых Научных Программ экспериментов по поляризационно-чувствительному картографированию. Уточнение соответствующих оценок коэффициентов перетекания стандартными для РСДБ методами при проведении поляризационно-чувствительного картографирования позволит использовать данные обзора яркостных температур АЯГ для статистического исследования степени поляризации ядер компактных радиосточников при сверхвысоком угловом разрешении в различных частотных диапазонах.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 13-02-12103, а также программы фундаментальных исследований РАН ОФН-17 “Активные процессы в галактических и внегалактических объектах”. Проект “РадиоАстрон” осуществляется Астрокосмическим центром Физического института им. П.Н. Лебедева РАН и НПО им. С.А. Лавочкина по контракту с Российским космическим агентством совместно со многими научно-техническими организациями в России и других странах. В работе использовались данные



из базы данных MOJAVE, поддерживаемой коллективом MOJAVE.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кардашев Н.С., Хартов В.В., Абрамов В.В. и др. “РадиоАстрон” – телескоп размером 300000 км: основные параметры и первые результаты наблюдений // Астрон. журн. 2013. Т. 90. С. 179.
2. Jones T.W., O’Dell S.L. Transfer of polarized radiation in self-absorbed synchrotron sources. II. Treatment of inhomogeneous media and calculation of emergent polarization // *Astrophys. J.* 1977. V. 215. P. 236.
3. Вутрищак М.В. Круговая поляризация радиоизлучения активных ядер галактик на парсековых масштабах. Канд. дис. ГАИШ МГУ, 2008.
4. Pudritz R.E., Hardcastle M.J., Gabuzda D.C. Magnetic Fields in Astrophysical Jets: From Launch to Termination // *Space Science Reviews.* 2012. V. 169. P. 27.
5. Leppanen K.J., Zensus J.A., Diamond P.J. Linear Polarization Imaging with Very Long Baseline Interferometry at High Frequencies // *Astron. J.* 1995. V. 110. P. 2479.
6. Kemball A., Faltings C., Gabuzda D. et al. VSOP Polarization Observing at 1.6 GHz and 5 GHz // *Publ. Astron. Soc. Japan.* 2000. V. 52. P. 1055.
7. Lister M.L., Aller H.D., Aller M.F. et al. MOJAVE: Monitoring of Jets in Active Galactic Nuclei with VLBA Experiments. V. Multi-Epoch VLBA Images // *Astron. J.* 2009. V. 137. P. 3718.
8. Roberts D.H., Wardle J.F.C., Brown L.F. Linear polarization radio imaging at milliarcsecond resolution // *Astrophys. J.* 1994. V. 427. P. 718.
9. Sokolovsky K.V. RadioAstron Early Science Program Space-VLBI AGN survey: strategy and first results // *Proceedings of the 11th EVN Symposium. Bordeaux (France), October 2012.* arXiv:1303.5451.
10. Petrov L., Kovalev Y.Y., Fomalont E.B. The Very Long Baseline Array Galactic Plane Survey—VGaPS // *Astron. J.* 2011. V. 142. P. 23.
11. Gabuzda D.C. What We’ve Learned from VSOP Polarization Observations // *Radio Astronomy at the Fringe, ASP Conference Proceedings / Ed. by Anton Zensus J., Marshall Cohen H. and Eduardo Ros.* 2003. V. 300. P. 57.
12. Hirabayashi H., Fomalont E.B., Horiuchi S., Lovel J.E.J. et al. The VSOP 5 GHz AGN Survey I. Compilation and Observations // *Publ. Astron. Soc. Japan.* 2000. V. 52. P. 997.
13. Gilks W.R., Richardson S., Spiegelhalter D.J. *Markov Chain Monte Carlo in Practice.* Chapman & Hall / CRC Interdisciplinary Statistics, 1995.
14. Scott D.W. *Multivariate Density Estimation: Theory, Practice, and Visualization.* John Wiley & Sons. New York. Chichester, 1992.
15. Goodman J., Weare J. Ensemble Samplers with Affine Invariance // *Applied Mathematics and Computational Science.* 2010. V. 5. P. 65.
16. Foreman-Mackey D., Hogg D.W., Lang D., Goodman J. emcee: The MCMC Hammer // *Publications of the Astron. Soc. of the Pacific.* 2013. V. 125. P. 306.
17. Hovatta T., Lister M.L., Aller M.F. et al. MOJAVE: Monitoring of Jets in Active Galactic Nuclei with VLBA Experiments. VIII. Faraday Rotation in Parsec-scale AGN Jets // *Astron. J.* 2012. V. 144. P. 34.
18. Raftery A.E. *Markov Chain Monte Carlo in Practice.* Chapman & Hall/CRC Interdisciplinary Statistics, 1995.
19. Gelman A., Meng X.-L. *Markov Chain Monte Carlo in Practice.* Chapman & Hall/CRC Interdisciplinary Statistics, 1995.
20. Knuth K.H. Optimal Data-Based Binning for Histograms. ArXiv:physics/0605197.
21. Vanderplas J., Connolly A.J., Ivezić Z., Gray A. Introduction to astroML: Machine learning for astrophysics // *Proceedings of Conference on Intelligent Data Understanding (CIDU).* 2012. P. 47.